COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 FÉVRIER 1855.

PRÉSIDENCE DE M. REGNAULT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Note sur le rapport géométrique qui lie le mouvement réel d'une étoile filante à son mouvement apparent; par* **M. A. Bravais.**

« Les résultats des observations faites par la Commission scientifique du Nord sur les étoiles filantes m'ont conduit à m'occuper de la solution de la question que je vais énoncer : Jusqu'à quel point est-il permis de considérer une étoile filante dont le mouvement est ascendant par rapport à l'œil de l'observateur comme s'écartant de la surface de la terre, et celle dont le mouvement est descendant pour l'œil comme se rapprochant de cette surface?

» Pour simplifier le problème, je ne tiendrai pas compte de l'effet de la courbure de la terre qui ne peut être sensible qu'à une distance très-petite de l'horizon, c'est-à-dire dans une zone où il est très-rare d'observer ces météores.

» La sphère céleste sur laquelle nous rapportons la trajectoire de l'étoile filante est censée avoir son centre à notre œil, et le rayon vecteur qui le sépare du point milieu de cette trajectoire, malgré la grandeur moyenne de 116 kilomètres que lui attribuent plusieurs météorologistes, n'est qu'une quantité infiniment petite, comparée au rayon de la sphère stellaire.

» Je supposerai que ce rayon vecteur fasse avec l'horizon un angle h, qui sera la hauteur apparente du milieu de la trajectoire du météore. Pour rendre plus intelligible l'explication qu'il s'agit de donner, rien n'empêche de considérer le point où ce rayon vecteur va percer la sphère céleste, comme étant le pôle astronomique de cette sphère : cette supposition va me permettre de donner des noms déjà connus aux différents plans que je vais avoir à considérer. Soient P ce pôle, M le point milieu de la trajectoire, ω l'œil de l'observateur, P' le pôle opposé à P : ces quatre points P, M, ω, P', sont disposés sur une ligne droite, et la distance Mω doit être considérée comme infiniment petite par rapport à PM ; ainsi, on peut à volonté considérer le point M ou le point ω comme étant le centre de la sphère céleste. Le méridien sera le plan vertical contenant la ligne PMω ; le plan contenant aussi PMO, mais normal au précédent, sera le cercle horaire de six heures ; il coupe l'horizon aux points cardinaux est, ouest, que je désignerai par les lettres E, O, de sorte que, tracé sur une figure, il aurait pour notation EPO. Le cercle méridien coupera l'horizon aux points cardinaux nord, sud, que je désignerai par N, S et aura pour notation SPN.

» Il est clair que l'on aura

$$\text{arc}\,PN = \text{arc}\,P'S = h, \quad \text{arc}\,PS = \text{arc}\,P'N = 180^\circ - h,$$
$$\text{arc}\,PE = 90^\circ, \quad \text{arc}\,PO = 90^\circ.$$

» Je ferai remarquer que le cercle horaire de six heures, à son sommet P, a sa tangente parallèle à l'horizon, et paraît horizontal en ce point pour l'œil placé en ω.

» Concevons maintenant un météore partant du point M, centre de la sphère céleste, et se dirigeant dans l'intérieur du secteur sphérique ESOP, compris entre le demi-plan EMOP et le demi-plan EMOS ; pour l'œil placé en ω, très-peu en dessous du centre M, il paraîtra avoir une marche ascendante ; en même temps, il s'élève au-dessus de l'horizon, et il est ainsi également ascendant pour la terre.

» Concevons maintenant que le météore se dirige dans l'intérieur du secteur ESOP' compris entre le demi-plan horizontal EMOS et le plan EMOP'. Pour l'œil placé en ω, la trajectoire paraîtra encore ascendante, puisqu'à partir de M, elle s'élève au-dessus du cercle horaire ; mais, dans ce cas, elle est descendante vers la terre.

» Ces deux cas généraux comprennent tous les cas possibles d'étoiles ascendantes pour l'œil ; ainsi, dans l'hypothèse de l'égale facilité des direc-

tions dans l'espace, sur un très-grand nombre d'observations d'étoiles ascendantes pour l'œil, le nombre des étoiles ascendantes aussi pour la terre, doit être au nombre des étoiles descendantes vers la terre, dans le rapport des surfaces de ces deux secteurs : or ces surfaces sont proportionnelles aux angles dièdres des plans qui les renferment, c'est-à-dire à $180^\circ - h$ et à h; il en résulte que, dans le cas du mouvement apparent ascendant :

» 1°. La probabilité des météores s'écartant de la terre est

$$\frac{180^\circ - h}{180^\circ} = 1 - \frac{h}{180^\circ};$$

» 2°. Et que la probabilité des étoiles se rapprochant de la terre est égale à $\frac{h}{180^\circ}$.

» Il en est de même pour les étoiles filantes qui paraissent descendantes pour l'œil; toutes leurs trajectoires ont leurs points de rencontre avec la sphère, soit dans le secteur ENOP', soit dans le secteur ENOP. Pour les premières appartenant à un secteur d'angle dièdre égal à $180^\circ - h$, le mouvement apparent et le mouvement réel suivant la verticale sont de même espèce, pour les autres appartenant à un secteur d'angle dièdre h, les mouvements apparent et réel sont inverses : la probabilité de la similitude de deux mouvements est encore ici $1 - \frac{h}{180^\circ}$; la probabilité de l'état inverse, $\frac{h}{180^\circ}$. Au zénith, les probabilités sont égales. Près de l'horizon, où h est très-petit, la similitude des deux mouvements est à peu près certaine.

» Je vais maintenant examiner le cas où la direction apparente de l'étoile partie de M a été observée par l'œil placé en ω, et où par conséquent on connaît le cercle horaire suivant lequel elle a paru se mouvoir. Dans cette nouvelle condition, les probabilités de similitude ou de dissimilitude des deux mouvements réel et apparent ne sont plus les mêmes. Soit PH le cercle horaire suivant lequel l'étoile a paru se mouvoir, et soit H l'angle horaire SPH : menez le cercle horaire très-voisin PH', faisant avec le méridien l'angle horaire $H + dH$. Soient H et H' leurs points de rencontre avec l'horizon; l'aire du triangle sphérique PHH', l'aire de la sphère étant prise pour unité, aura pour valeur

$$\frac{dH}{360^\circ} \frac{1 - \cos \operatorname{arc} PH}{2};$$

l'aire de P'HH' sera

$$\frac{dH}{360°}\,\frac{1+\cos\operatorname{arc}PH}{2};$$

l'aire totale du secteur PHP'H sera $\frac{dH}{360°}$.

» Or le triangle sphérique SPH donne la formule

$$\operatorname{tang}\operatorname{arc}PH = \frac{\operatorname{tang}\operatorname{arc}PS}{\cos H} = -\frac{\operatorname{tang}h}{\cos H},\ \text{où } h < 90°;$$

d'où l'on tire

$$\cos\operatorname{arc}PH = \frac{-\cos H}{\sqrt{\operatorname{tang}^2 h + \cos^2 H}} = \frac{-\cos H\cos h}{\sqrt{1-\sin^2 H\cos^2 h}}.$$

Il en résulte que, dans le cas de l'étoile ascendante pour l'œil et dirigée suivant le cercle horaire H, la probabilité de la similitude des deux mouvements est proportionnelle à

$$\frac{dH}{720°}\left(1+\frac{\cos H\cos h}{\sqrt{1-\sin^2 H\cos^2 h}}\right),$$

et que celle de la discordance des deux mouvements est proportionnelle à

$$\frac{dH}{720°}\left(1-\frac{\cos H\cos h}{\sqrt{1-\sin^2 H\cos^2 h}}\right).$$

En se servant d'un angle auxiliaire φ déterminé par la formule

$$\sin\varphi = \sin H\cos h,$$

ces expressions se changent en

$$\frac{dH}{360°}\,\frac{\cos h\sin(H+\varphi)}{\sin 2\varphi},\quad \frac{dH}{360°}\,\frac{\cos h\sin(H-\varphi)}{\sin 2\varphi}.$$

La probabilité de la concordance des mouvements sera donc exprimée par

$$\frac{\cos h\sin(H+\varphi)}{\sin 2\varphi},$$

celle de la discordance par

$$\frac{\cos h\sin(H-\varphi)}{\sin 2\varphi};$$

et le rapport de la première à la seconde probabilité est égal au quotient de sin (H + φ) par sin (H — φ).

» En multipliant les deux expressions

$$\frac{1}{2}\left(1+\frac{\cos H \cos l}{\sqrt{1-\sin^2 H \cos^2 h}}\right), \quad \frac{1}{2}\left(1-\frac{\cos H \cos l}{\sqrt{1-\sin^2 H \cos l}}\right),$$

par $\frac{dH}{180^\circ}$, et intégrant de $H = -90^\circ$ à $H = +90^\circ$, on retrouve les probabilités indépendantes de l'angle que la trajectoire de l'étoile fait avec la verticale, sous la même forme que ci-dessus, savoir :

$$1-\frac{h}{180^\circ} \text{ pour la première,} \quad \frac{h}{180^\circ} \text{ pour la seconde.}$$

» Si l'étoile est ascendante verticalement, on a $H = 0$; la probabilité de similitude devient $\cos^2\frac{1}{2}h$; celle de dissimilitude devient $\sin^2\frac{1}{2}h$.

» Lorsque l'étoile a pour l'œil un mouvement horizontal, dans le milieu de sa course, les deux probabilités inverses deviennent égales chacune à $\frac{1}{2}$.

» J'ai appliqué les considérations mathématiques que je viens de développer aux étoiles filantes observées dans notre campagne du nord de l'Europe : sur le planisphère qui a été tracé pour figurer les étoiles observées à Bossekop, dans la nuit du 13 novembre 1838, je trouve vingt étoiles filantes ayant le milieu de leurs trajectoires comprises entre les limites 0 et 30 degrés de hauteur au-dessus de l'horizon, par conséquent dans les conditions les plus favorables pour déterminer l'état réel ascendant ou descendant des météores. Sur ces vingt étoiles, j'en trouve trois ayant paru marcher horizontalement, et seulement une ascendante. En les supposant toutes descendantes vers la terre, j'ai calculé la probabilité de trouver des étoiles ascendantes pour l'œil; elle est de 1 contre 11, ce qui s'accorde avec le résultat de l'observation.

» Dans la série faite à Jupvig à la même époque, sur les dix étoiles dont les milieux des trajectoires ont une hauteur angulaire inférieure à 30 degrés, toutes ont paru descendantes.

» Un autre fait non moins curieux consiste dans la diminution des amplitudes apparentes des trajectoires à mesure que le point de départ du météore se rapproche du point du ciel d'où elles paraissent en général diverger pendant la période des observations. Un tel point de divergence ne se re-

trouve pas toujours dans les résultats des observations, mais il a été bien marqué dans les nôtres.

» Il résulte de l'ensemble de ces deux ordres de faits que les étoiles filantes sont presque toujours, dans leur marche absolue, descendantes vers la terre.

» Je terminerai cette Note en faisant remarquer que, quoiqu'on ne puisse conclure d'une manière certaine de cette loi le fait de l'attraction de la terre sur les météores, cependant il en résulte une probabilité assez grande pour l'existence de cette attraction. »

M. **Bravais** fait hommage à l'Académie d'un exemplaire imprimé de son Mémoire « sur les marées observées pendant le voyage de la Commission scientifique du Nord. » Le manuscrit de ce Mémoire a été présenté à l'Académie dans la séance du 13 mars 1854, et un extrait en a été imprimé dans le *Compte rendu* de cette séance.

CALCUL INTÉGRAL. — *Note sur les conditions de convergence des séries qui représentent les intégrales générales d'un système d'équations différentielles; par* M. **Augustin Cauchy**.

« Le premier des théorèmes énoncés dans la séance du 22 janvier dernier entraîne la proposition suivante :

» 1[er] *Théorème*. Soit $f(t)$ une fonction donnée de la variable t. Supposons d'ailleurs que cette fonction reste finie, monodrome et monogène, dans le voisinage de la valeur particulière τ attribuée à t, et tant que le module de la différence $t - \tau$ n'atteint pas une certaine limite t. Pour tout module de $t - \tau$ inférieur à cette limite, la fonction $f(t)$ sera développable, par la formule de Taylor, en une série ordonnée suivant les puissances ascendantes de $t - \tau$.

» D'autre part, mon Mémoire sur l'application du calcul infinitésimal à la détermination des fonctions implicites (tome XXXIV, année 1852, 1[er] semestre) renferme la proposition suivante :

» 2[e] *Théorème*. Représentons par

$$T, X, Y, Z, \ldots$$

des fonctions $t, x, y, z, \ldots$, qui restent monodromes, monogènes et finies, dans le voisinage des valeurs $\tau, \xi, \eta, \zeta, \ldots$ attribuées à $t, x, y, z, \ldots$; et concevons que l'on assujettisse $x, y, z, \ldots$ à la double condition de véri-

fier, pour une valeur variable de t, les équations différentielles comprises dans la formule

$$\frac{dt}{T} = \frac{dx}{X} = \frac{dy}{Y} = \frac{dz}{Z} = \ldots,$$

et de se réduire à $\xi, \eta, \zeta, \ldots$ pour $t = \tau$. Si T ne s'évanouit pas, quand on prend

$$t = \tau, \quad x = \xi, \quad y = \eta, \quad z = \zeta, \ldots,$$

alors, à l'aide des formules établies dans mon Mémoire de 1835 sur l'intégration des équations différentielles, on prouvera qu'il est possible de satisfaire, au moins quand le module de la différence $t - \tau$ ne dépasse pas une certaine limite, aux deux conditions énoncées, par des valeurs de $x, y, z, \ldots$ qui seront développées en séries convergentes, et qui représenteront les intégrales générales des équations différentielles données. Il y a plus : on peut affirmer que, dans l'hypothèse admise, ces intégrales générales seront les seules valeurs de $x, y, z, \ldots$ qui, variant avec t par degrés insensibles, rempliront, pour un module suffisamment petit de $t - \tau$, les deux conditions énoncées. Enfin, comme les divers termes des séries obtenues seront des fonctions monodromes, monogènes et finies de la variable t, on pourra en dire autant des valeurs trouvées des variables $x, y, z, \ldots$, ou même d'une fonction monodrome, monogène et finie de ces variables.

» Les théorèmes 1 et 2 entraînent avec eux, comme conséquence immédiate, la proposition suivante :

» 2e *Théorème*. Les mêmes choses étant posées que dans le théorème 2, les inconnues $x, y, z, \ldots$ pourront être développées, à l'aide des formules établies dans le Mémoire de 1835, en séries qui seront convergentes, tant que le module de la différence $t - \tau$ n'atteindra pas une limite pour laquelle se vérifie l'une des équations

$$\frac{1}{x} = 0, \quad \frac{1}{y} = 0, \quad \frac{1}{z} = 0, \ldots,$$
$$\frac{T}{X} = 0, \quad \frac{T}{Y} = 0, \quad \frac{T}{Z} = 0, \ldots,$$

ou bien encore une limite pour laquelle un des rapports

$$\frac{X}{T}, \quad \frac{Y}{T}, \quad \frac{Z}{T}, \ldots,$$

en conservant une valeur finie, cesse d'être une fonction monodrome et monogène des variables $T, X, Y, Z, \ldots$.

» Si, pour plus de simplicité, on suppose $T=1$, alors, à la place du 3[e] théorème, on obtiendra la proposition suivante :

» 4[e] *Théorème*. Représentons par

$$X, Y, Z, \ldots,$$

des fonctions de t, x, y, z,..., qui restent monodromes, monogènes et finies dans le voisinage des valeurs τ, ξ, η, ζ,... attribuées à t, x, y, z,...; et concevons que l'on assujettisse $x, y, z, \ldots$ à la double condition de vérifier, pour une valeur variable de t, les équations différentielles

$$\text{(1)} \qquad D_t x = X, \quad D_t y = Y, \quad D_t z = Z, \ldots,$$

et de se réduire à ξ, η, ζ,... pour $t=\tau$. Les inconnues x, y, z,... pourront être développées, à l'aide des formules établies dans le Mémoire de 1835, en séries qui seront convergentes tant que le module de la différence $t-\tau$ n'atteindra pas une limite pour laquelle se vérifie l'une des équations

$$\text{(2)} \qquad \frac{1}{x}=0, \quad \frac{1}{y}=0, \quad \frac{1}{z}=0, \ldots,$$

$$\text{(3)} \qquad \frac{1}{X}=0, \quad \frac{1}{Y}=0, \quad \frac{1}{Z}=0, \ldots,$$

ou bien encore une limite pour laquelle une des fonctions $X, Y, Z, \ldots$, en conservant une valeur finie, cesse d'être une fonction monodrome et monogène des variables t, x, y, z, ...

» Lorsque les inconnues x, y, z,... se réduisent à une seule, alors le 2[e] théorème se réduit à la proposition suivante :

5[e] *Théorème*. Soit X un fonction des variables x et t, qui reste monodrome, monogène et finie, dans le voisinage des valeurs ξ et τ attribuées à ces variables; et concevons que l'on assujettisse l'inconnue x à la double condition de vérifier, pour une valeur variable de t, l'équation différentielle

$$\text{(4)} \qquad D_t x = X$$

et de se réduire à ξ pour $t=\tau$. L'inconnue x pourra être développée, à l'aide des formules établies dans le Mémoire de 1835, en une série qui sera convergente, tant que le module de la différence $t-\tau$ n'atteindra pas une limite

pour laquelle se vérifie l'une des deux équations

$$(5) \qquad \frac{1}{x} = 0,$$

$$(6) \qquad \frac{1}{X} = 0,$$

ou bien encore une limite pour laquelle X, en conservant une valeur finie, cesse d'être une fonction monodrome et monogène de x et de t.

» Etant donné entre la variable indépendante t, et x inconnues $x, y, z, \ldots$ un système d'équations différentielles de premier ordre, avec les valeurs particulières ξ, η, ζ, de $x, y, z, \ldots$, correspondantes à une valeur particulière τ de la variable t, on peut demander de calculer numériquement d'autres valeurs particulières de $x, y, z, \ldots$ correspondantes à une autre valeur particulière de t. Pour effectuer cette opération, que j'appellerai *intégration définie*, il n'est pas nécessaire de former d'abord les équations qui fournissent, pour une valeur variable de t, les valeurs de $x, y, z, \ldots$ et représentent les intégrales générales des équations différentielles données ; et l'on peut, sans rechercher ces intégrales, exécuter une intégration définie, en suivant la marche que j'ai tracée dans mes leçons de seconde année à l'Ecole Polytechnique, et que j'ai rappelée dans le § I[er] du Mémoire de 1835. Cela posé, il est aisé de voir que l'intégration définie suffira généralement à la détermination de la limite au-dessous de laquelle le module de la différence $t - \tau$ devra s'abaisser pour que les développements des inconnues propres à vérifier une ou plusieurs équations différentielles demeurent convergents. Concevons, pour fixer les idées, que les équations différentielles données se réduisent à l'équation (4), et que la fonction X ne cesse jamais d'être monodrome et monogène. Si d'ailleurs X ne se présente jamais sous une forme indéterminée, la limite cherchée sera le module d'une valeur de $t - \tau$ pour laquelle se vérifiera ou la formule (5) ou la formule (6). D'ailleurs, si l'on pose

$$u = \frac{1}{x}, \qquad v = \frac{1}{\xi},$$

et si l'on nomme T ce que devient le rapport $-\frac{x^2}{X}$ quand on y remplace x par $\frac{1}{u}$, il suffira, pour obtenir la valeur de $t - \tau$ propre à vérifier la formule (5), d'appliquer l'intégration définie à l'équation différentielle

$$(7) \qquad D_u t = T$$

et de chercher la valeur de t correspondante à une valeur nulle de u, en supposant la variable t assujettie à prendre, pour $u = \upsilon$, la valeur particulière $t = \tau$. Pareillement, si l'on pose

$$(8) \qquad u = \frac{1}{X}, \qquad \upsilon = \frac{1}{\Xi},$$

Ξ étant la valeur de X qui correspond aux valeurs ξ, τ des variables x, t, et si l'on nomme T ce que devient le rapport $-\frac{X^2}{D_t X + X D_x X}$ quand on y remplace x par sa valeur tirée de la formule

$$X = \frac{1}{u},$$

il suffira, pour obtenir la valeur de $t - \tau$ propre à vérifier la formule (6), d'appliquer l'intégration définie à l'équation

$$D_u t = T,$$

et de chercher encore la valeur de t correspondante à une valeur nulle de u, en supposant la variable t assujettie à prendre, pour $u = \upsilon$, la valeur particulière $t = \tau$.

» On ramènerait de même à l'intégration définie la recherche des valeurs de t propres à fournir la limite au-dessous de laquelle devrait s'abaisser le module de la différence $t - \tau$, pour que les développements des intégrales d'un système d'équations différentielles du premier ordre demeurassent convergents. On pourrait même, dans ce calcul, supposer quelques-unes des équations différentielles remplacées par des équations finies, en vertu desquelles certaines variables deviendraient fonctions des autres; enfin on pourrait substituer avec avantage le système de ces diverses équations, les unes différentielles, les autres finies, à une équation différentielle ou à un système d'équations différentielles où se trouveraient des fonctions qui, tout en conservant des valeurs finies, cesseraient d'être monodromes et monogènes.

» Nous venons d'expliquer comment l'intégration définie peut servir à déterminer les valeurs de t parmi lesquelles se trouve celle qui fournit la limite au-dessous de laquelle le module de la différence $t - \tau$ devra s'abaisser pour que les développements des intégrales x, y, z,... d'un système donné d'équations différentielles du premier ordre demeurent convergents.

» Lorsque les diverses valeurs de t propres à fournir la limite dont il s'agit

sont toutes infinies, les développements des inconnues $x, y, z, \ldots$ sont toujours convergents. Donc alors ces inconnues sont des fonctions de t qui ne cessent jamais d'être finies, monodromes et monogènes, en d'autres termes elles sont des fonctions *synectiques* de la variable t. D'ailleurs certains caractères qui distinguent certaines équations différentielles permettent d'affirmer que leurs intégrales sont des fonctions synectiques de t, comme nous le montrerons dans un prochain article. »

M. **Flourens** donne des nouvelles de la santé de *M. Duvernoy*. L'honorable Académicien, que l'état de sa santé tient, depuis plusieurs semaines, éloigné de l'Académie, n'a pas cessé pourtant de prendre part à ses travaux, ainsi que le prouve le Rapport sur l'ouvrage de MM. Roth et Wagner (*Ossements fossiles de Pikermi*) inséré au *Compte rendu* de la séance du 5 février. M. Duvernoy, qui n'avait pas revu les épreuves de ce Rapport, lu à l'Académie par *M. Cordier*, a remarqué que le nom d'un des auteurs a été partout écrit *Proth*. (*Voir* l'errata page 370.)

MÉMOIRES LUS.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur une méthode d'intégration applicable au calcul des perturbations des planètes et de leurs satellites*; par M. **Ch. Delaunay**. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à l'examen de la Section d'Astronomie.)

« Pour faire comprendre en quoi consiste la méthode dont il s'agit, je considère d'abord en général un système d'équations différentielles de la forme

$$\frac{dL}{dt}=\frac{dR}{dl},\quad \frac{dL'}{dt}=\frac{dR}{dl'},\ldots,$$

$$\frac{dl}{dt}=-\frac{dR}{dL},\quad \frac{dl'}{dt}=-\frac{dR}{dL'},\ldots,$$

dans lesquelles R est une fonction des variables $L, L',\ldots, l, l'$, ne contenant pas le temps explicitement.

» Je supposerai : 1° que R peut se développer en une série de cosinus d'angles tels que

$$il+i'l'+i''l''+\ldots,$$

i, i', i'',... étant des constantes quelconques; 2° que le terme non périodique et les coefficients des cosinus ne renferment que L, L', L'',....

» Prenons dans R une partie Q formée du terme non périodique et d'un certain nombre de termes périodiques, dont les arguments soient tous des multiples de l'un d'entre eux. Si nous désignons l'ensemble des autres termes de R par R_1, nous aurons

$$R = Q + R_1.$$

Si l'on réduit R à sa première partie Q, les équations différentielles, quel que soit leur nombre, peuvent s'intégrer complétement. On trouve ainsi les valeurs de L, L', L'',..., l, l', l'',... en fonction du temps et d'autant de constantes qu'il y a d'équations différentielles. Ces valeurs de L, L', L'',..., l, l', l'',..., obtenues en supposant que R se réduise à Q, peuvent être conservées pour représenter les intégrales des mêmes équations différentielles, quand on y attribue à R sa valeur complète $Q + R_1$, à la condition de regarder comme variables les constantes que l'intégration précédemment effectuée a introduites. Dès lors les formules trouvées par cette intégration ne sont plus que des formules de transformation, à l'aide desquelles les variables L, L', L'',..., l, l', l'',... peuvent être remplacées par de nouvelles variables, en même nombre que les premières.

» Dans ces formules, quelques-unes des constantes que nous regardions comme de nouvelles variables sont accompagnées chacune d'un certain terme proportionnel au temps. Si l'on réunit ce terme proportionnel au temps à la variable à laquelle il se trouve joint, pour former une autre variable qu'on substituera à la première, les formules de transformation dont il vient d'être question ne contiendront plus le temps explicitement. On arrive ainsi à introduire définitivement dans ces formules un système de nouvelles variables telles, que les équations différentielles qui servent à les déterminer ont exactement la même forme que celles qu'on avait tout d'abord; et la fonction R, qui entre dans ces équations différentielles, est précisément l'ancienne fonction R dans laquelle on n'a qu'à remplacer les variables primitives par leurs valeurs en fonction des nouvelles variables. Par cette substitution des nouvelles variables aux anciennes, dans R, ou, ce qui est la même chose, dans $Q + R_1$, Q se réduit à un terme non périodique, et R_1 fournit une somme de termes périodiques dont les arguments sont tous différents de ceux qui entraient primitivement dans Q : en sorte que les termes périodiques de l'ancienne fonction R que l'on avait mis dans la partie Q, n'entrent plus dans la nouvelle fonction R que l'on a à consi-

dérer. Cette nouvelle fonction satisfait d'ailleurs aux conditions que nous avions admises pour l'ancienne.

» On comprend dès lors que, si l'on prend de nouveau dans R le terme non périodique avec l'ensemble des termes périodiques qui dépendent des divers multiples d'un même argument, on pourra faire une nouvelle opération analogue à la précédente; on sera ainsi conduit à effectuer une nouvelle transformation par laquelle les variables dont on avait à trouver les valeurs en fonction du temps seront encore remplacées par d'autres variables assujetties à satisfaire à des équations différentielles de même forme. Et ainsi de suite, jusqu'à ce que tous les termes périodiques de la fonction R soient épuisés, ou au moins ceux dont la valeur n'est pas négligeable.

» Après avoir montré succinctement, par ce qui précède, en quoi consiste la méthode d'intégration qui fait l'objet spécial de cette communication, il ne reste plus qu'à faire voir qu'on peut l'appliquer au calcul des perturbations des planètes. Si, d'une part, conformément à l'indication qu'en a donnée M. Liouville, on suit la méthode développée par Jacobi dans son *Mémoire sur l'élimination des nœuds dans le problème des trois corps*; on ramènera la fonction perturbatrice à être la même pour les diverses planètes; si, d'une autre part, on adopte les éléments C, G, H, c, g, h choisis par M. Binet dans son *Mémoire sur la variation des constantes arbitraires* (28e cahier du *Journal de l'École Polytechnique*), et qu'on remplace C et c par les quantités L, l, ayant pour valeurs

$$L = \sqrt{a\mu}, \quad l = n(t + c),$$

on aura pour déterminer les valeurs des variables L, G, H, l, g, h, des équations différentielles qui rentrent complétement dans la forme des équations considérées plus haut. L'application de la méthode qui vient d'être exposée, aux équations différentielles ainsi obtenues, permettra de faire disparaître successivement de la fonction perturbatrice les divers termes périodiques qui s'opposaient à ce qu'on s'en tînt aux inégalités du premier ordre, par rapport aux forces perturbatrices. Après avoir effectué les diverses transformations nécessaires pour se débarrasser de ces termes, on pourra traiter les équations différentielles auxquelles on aura été conduit, par la méthode ordinaire d'intégration, qui n'entraînera pas dans des calculs compliqués, puisqu'on n'aura plus qu'à chercher des inégalités du premier ordre.

» Il est bon d'observer que la substitution des variables L, l, définies ci-dessus, aux variables C, c de M. Binet, fournit une solution nouvelle et

très-simple d'une question qui a beaucoup occupé les géomètres : je veux parler de la difficulté résultant de ce que, par les intégrations successives, le temps ou bien des arcs de cercle croissant constamment avec le temps, sortent des signes trigonométriques pour venir se placer comme facteurs dans leurs coefficients. Clairaut a rencontré le premier cette difficulté, dans ses recherches sur la Lune, et s'en est tiré en attribuant au Soleil un apogée mobile. D'Alembert a indiqué également un moyen de faire rentrer les arcs de cercle sous les signes sinus et cosinus, dans un cas analogue. Plus tard, Lagrange et Laplace ont donné des méthodes générales pour la solution de cette question; celle de Laplace est développée dans le livre II de la *Mécanique céleste*. Poisson est parvenu, de son côté, à empêcher le temps de sortir des signes trigonométriques, dans les formules fournies par la variation des constantes arbitraires, en remplaçant l'expression nt par l'intégrale $\int ndt$; mais ce moyen a l'inconvénient d'altérer la simplicité du système d'équations à intégrer, en joignant une équation différentielle du second ordre aux équations du premier ordre que l'on avait déjà. La transformation qui vient d'être indiquée ici, et qui atteint le même but, réunit le double avantage d'être très-simple et de conserver aux équations différentielles la forme qu'elles avaient.

» La méthode d'intégration exposée dans ce Mémoire comprend, comme cas particulier, celle que j'ai soumise au jugement de l'Académie, il y a quelques années, et qui avait pour objet spécial la recherche des inégalités de la Lune. »

CHIRURGIE. — *Sur un exciseur électrique; par* M. le Dr **Leroy d'Étiolles**.

(Renvoi à l'examen de la Section de Médecine et Chirurgie.)

« L'excision des parties malades au moyen d'un fil de platine rougi par un courant électrique a été imaginée et appliquée à Vienne et à New-York, il y a une douzaine d'années : ce n'est donc pas une invention, mais un simple perfectionnement que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie. Ce qui le caractérise, c'est que les deux bouts de fil se croisent dans le trou ou l'œil de l'extrémité de l'un des conducteurs, de sorte qu'en les tirant en sens inverse, l'anse, rougie par le courant, se serre à mesure que l'excision s'opère, comme le ferait une ligature avec un fil ordinaire.

» Cet exciseur électrique à fils croisés est applicable aux tumeurs saillantes pour lesquelles le bistouri pourrait être dangereux à cause de l'hémorra-

gie, par exemple les paquets hémorroïdaux, les chutes du rectum, etc. Il est applicable à la section et à l'oblitération des veines variqueuses, des membres et du cordon spermatique, etc.

» Quant aux rétrécissements de l'urètre et du rectum, leur excision réclame une autre disposition de cautère électrique que j'ai imaginée en 1852. Ce n'est plus ici un fil qui rougit, mais un anneau de platine très-mince qui fait l'office d'emporte-pièce. Les conducteurs sont proportionnés au diamètre des conduits dans lesquels ils doivent pénétrer à une certaine profondeur. Pour l'urètre, il convient de les avoir en fer recouvert d'un émail. »

CHIRURGIE. — *Sur la diathèse cancéreuse et l'inopportunité des opérations prématurées pratiquées comme méthode générale dans le but de prévenir la dégénérescence; par* **M. Leroy d'Etiolles**. (Extrait par l'auteur.)

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

« Dans les premiers temps de la médecine, on considérait le cancer comme une maladie constitutionnelle. Il est probable qu'on lui reconnaissait ce caractère dès son apparition, puisque le conseil de ne pas chercher à l'enlever a été donné d'une manière absolue par Hippocrate, par Celse, par Ambroise Paré, sans distinction de période et de durée.

» Plus tard cette croyance s'est modifiée, et l'on a admis en principe que le cancer est une maladie primitivement bénigne et locale qui, abandonnée à elle-même, subit une dégénérescence maligne dont l'influence vicie la constitution et rend la repullulation presque inévitable, lorsque l'on fait l'extirpation des tissus altérés.

» Conformément à cette croyance nouvelle, le précepte était donné et généralement admis d'extirper le plus promptement possible toute tumeur, toute altération de tissu capable de subir cette dégénérescence maligne et de produire une infection générale. Or, comme il est fort difficile, au début de la maladie, de distinguer ces altérations d'avec celles qui doivent rester stationnaires et inoffensives, on extirpait les unes et les autres indistinctement. Quand le mal récidivait, les partisans de la nouvelle doctrine disaient que l'on n'avait pas extirpé d'assez bonne heure, avant l'accomplissement de la dégénérescence et de l'infection.

» S'il était vrai que le cancer fût une maladie primitivement bénigne et locale, et qu'en l'extirpant dès son origine on pût prévenir la dégénérescence et l'infection constitutionnelle, il n'est pas douteux qu'il faudrait

enlever dès leur apparition toutes les tumeurs ou toutes les altérations de tissu de nature douteuse, au risque d'opérer quelquefois inutilement, car le danger de mort que l'on préviendrait ainsi compenserait largement ces erreurs, dont la gravité d'ailleurs est diminuée par l'admirable découverte de l'anesthésie artificielle qui supprime la douleur de l'opération ; mais si, au contraire, la dégénérescence et l'infection générale secondaire ne sont que des théories dénuées de fondement, si le cancer est ou primitivement constitutionnel ou même s'il est le résultat d'une diathèse préexistante, rien ne peut plus compenser et excuser les erreurs et les opérations inutiles auxquelles exposent inévitablement les extirpations prématurées.

» Ne trouvant rien dans les livres qui pût servir de base à une opinion sur cette question de la dégénérescence, je résolus, en 1840, de rassembler une masse de faits dans le but de la résoudre. Grâce à l'appui que voulurent bien m'accorder pour cette recherche MM. les Ministres de l'Instruction publique et des Affaires étrangères, deux cents médecins de France et de l'étranger ont envoyé plus de trois mille observations qui m'ont servi à dresser une statistique des maladies cancéreuses : je l'ai interrogée sur la question de la dégénérescence ; j'ai compulsé, d'une part, les extirpations pratiquées dans les six premiers mois qui ont suivi l'apparition de la maladie. J'en ai compté quatre-vingt-sept ; sur ce nombre soixante et un avaient récidivé dans un laps de deux années.

» J'ai recherché alors quelle avait été la proportion des récidives lorsque les extirpations avaient été pratiquées plus de cinq ans après le commencement de la maladie, et j'ai trouvé que sur quatre-vingt-dix-sept opérations il n'y avait eu que cinquante récidives. Ces deux résultats sont peu favorables à la théorie de la bénignité primitive et de l'infection générale secondaire.

» Les présomptions de diathèse primitive ou même préexistante qui ressortaient de ces chiffres ont été confirmées depuis par les observations microscopiques au moyen desquelles on a reconnu les caractères spécifiques du cancer, dès l'origine de la maladie. Mon intention n'est pas de prendre part aux débats relatifs à la certitude plus ou moins grande du microscope, je n'en dirai qu'un mot.

» M. Velpeau a cité quelques cas dans lesquels la cellule cancéreuse, qui n'avait pas été vue après une première extirpation, avait été reconnue après une récidive et une seconde extirpation : ces faits ne me semblent prouver rien contre la diathèse primitive, puisque la récidive a eu lieu : on

en peut seulement déduire qu'il y a des caractères autres que la cellule dans certaines périodes ou certaines formes du cancer non encore déterminés par les observateurs.

» Le précepte d'extirper dès leur apparition les altérations présumées cancéreuses, dans le but d'en prévenir la dégénérescence, serait donc basé sur une fausse théorie. Les conséquences de son application ne sont pas égales dans les différentes parties du corps; il y en a pour lesquelles l'erreur n'a pas de gravité : la lèvre, par exemple, car l'incision fait disparaître là une difformité, quelle que soit la nature de la tumeur. Mais il n'en est pas de même pour le sein, sur lequel l'incision crée une difformité; pour le testicule, organe dont la privation est pénible et souvent funeste.

» Le Mémoire que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie renferme les documents extraits de ma statistique relatifs à d'autres points de l'étude des maladies cancéreuses, tels que sa fréquence relative dans les deux sexes, l'influence des causes, etc. Je les ai laissés de côté, pour analyser seulement la portion qui se rapporte à la dégénérescence. En dehors de cette question, je me bornerai à faire observer que la statistique confirme ce qu'avait dit Boyer de la marche et de la terminaison funeste plus prompte après les récidives. On y voit, en effet, que la durée moyenne de la vie est de cinq ans pour ceux qui ne sont pas opérés, et de deux ans seulement après l'opération.

» En conclurai-je qu'il ne faut pas extirper les cancers? Non, vraiment. Mais seulement qu'il faut restreindre, régulariser l'intervention de la chirurgie, et particulièrement en ce qui concerne le précepte des opérations pratiquées prématurément dans le but de prévenir la dégénérescence. Le lieu qu'occupent les altérations cancéreuses ou présumées telles, la rapidité de leur accroissement, la difformité qu'elles causent, le délabrement qu'entraînerait leur ablation après leur développement, les vives douleurs qui les accompagnent quelquefois dès le début, peuvent être des motifs suffisants pour agir de très-bonne heure; mais on ne doit plus faire un précepte et une règle générale des opérations prématurées. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Recherches sur les fonctions doublement périodiques; par* **MM. Briot** *et* **Bouquet**. (Extrait par les auteurs.)

(Commissaires, MM. Cauchy, Liouville, Binet.)

« L'application des principes que nous avons posés dans un précédent Mémoire pour l'étude des fonctions définies par les équations différentielles (*Compte rendu* du 21 août 1854) nous a conduits à chercher parmi les équations différentielles de la forme

$$\frac{du}{dz} = \sqrt[m]{\mathrm{F}(u)},$$

F(u) désignant une fonction rationnelle, celles qui donnent naissance à des fonctions monodromes, c'est-à-dire n'ayant qu'une valeur pour chaque valeur de la variable. En laissant de côté les cas particuliers que l'on sait intégrer, nous avons trouvé douze équations différentielles jouissant de cette propriété, savoir : les douze équations particulières suivantes :

(1) $$\frac{du}{dz} = \sqrt{(u-a)(u-b)(u-c)},$$

(2) $$\frac{du}{dz} = \sqrt{(u-a)(u-b)(u-c)(u-d)},$$

(3) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[3]{(u-a)^2(u-b)^2},$$

(4) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[3]{(u-a)^2(u-b)^2(u-c)^2},$$

(5) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[4]{(u-a)^3(u-b)^2},$$

(6) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[4]{(u-a)^3(u-a)^3},$$

(7) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[4]{(u-a)^3(u-b)^3(u-c)^2},$$

(8) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[6]{(u-a)^4(u-b)^3},$$

(9) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[6]{(u-a)^5(u-b)^3},$$

(10) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[6]{(u-a)^5(u-b)^4},$$

(11) $$\frac{du}{dz} = \sqrt[6]{(u-a)^5(u-b)^4(u-c)^3},$$

et l'équation plus générale

$$(12) \qquad \frac{du}{dz} = \sqrt[m]{(u-a)^{m-1}(u-b)^{m+1}},$$

dans laquelle l'indice du radical est quelconque.

» Ce sont là les seules conbinaisons favorables. Nous démontrons en effet qu'aucune autre ne satisfait aux relations qui doivent exister entre les exposants et l'indice du radical pour que les fonctions intégrales soient monodromes.

» Après avoir trouvé les équations différentielles de la forme indiquée qui donnent naissance à des fonctions monodromes, nous avons étudié les fonctions inverses en suivant la méthode ingénieuse et féconde dont le principe est dû à M. Cauchy, et qui a été employée avec succès par M. Puiseux pour la détermination des valeurs multiples des intégrales définies, et nous avons reconnu par ce moyen que les intégrales des onze premières équations sont des fonctions doublement périodiques. Les deux premières sont connues depuis longtemps sous le nom de fonctions elliptiques, et ont acquis une grande importance en mathématiques depuis les travaux célèbres d'Abel et de Jacobi.

» Les fonctions doublement périodiques, définies par ces onze équations, se distinguent les unes des autres par quelques propriétés remarquables. On sait que les fonctions définies par les équations (1) et (2) passent deux fois par la même valeur et deviennent infinies deux fois dans chaque parallélogramme des périodes; la première admet un infini double, la seconde deux infinis simples. Les fonctions (3) et (4), produites par le radical cubique, reprennent trois fois la même valeur et deviennent infinies trois fois dans chaque parallélogramme des périodes; la première admet un infini triple, la seconde trois infinis simples. Les trois fonctions fournies par le radical du quatrième degré passent quatre fois par la même valeur et deviennent infinies quatre fois dans chaque parallélogramme; la première admet un infini quadruple, la seconde deux infinis doubles, la troisième quatre infinis simples. Enfin, les six fonctions données par le radical du sixième degré reprennent six fois la même valeur et deviennent infinies six fois, dans chaque parallélogramme des périodes; la première admet un infini sextuple, la seconde deux infinis triples, la troisième trois infinis doubles, la quatrième six infinis simples.

» La fonction intégrale de l'équation (12) n'est pas périodique. Elle passe

m fois par la même valeur et devient infinie m fois dans toute l'étendue du plan.

» Dans sa belle théorie des fonctions doublement périodiques, M. Liouville a demontré que toute fonction doublement périodique monodrome, et ayant un nombre quelconque d'infinis, peut être exprimée rationnellement au moyen d'une fonction doublement périodique à deux infinis et ayant les mêmes périodes, et de sa dérivée. Nous effectuons la transformation pour les fonctions doublement périodiques dont nous avons parlé, et nous les ramenons toutes à la première d'entre elles, c'est-à-dire à la fonction elliptique définie par l'équation (1). »

PHYSIOLOGIE. — *Mémoire sur le* ragle *ou hallucination du désert; par* **M. d'Escayrac de Lauture.**

(Commissaires, MM. Duméril, Geoffroy-Saint-Hilaire, Milne Edwards.)

« Un voyageur pressé d'atteindre le terme éloigné de ses fatigues marche nuit et jour; accablé de lassitude, il ne tarde pas à être pressé par le sommeil, sa volonté se raidit contre les exigences de sa nature; une lutte s'engage, et cette succession naturelle de repos et de veille, qui est la condition ordinaire de la vie, fait place chez lui à un état particulier qui n'est plus ni le repos ni la veille. Ses yeux sont ouverts, son oreille perçoit les sons, sa main sent et agit, son esprit raisonne, et, pourtant, ce voyageur est le jouet des hallucinations les plus bizarres.

» Le terme d'*hallucination* est trop général pour désigner bien ce phénomène. Celui d'*hallucination du désert* a l'inconvénient de faire supposer qu'il ne se produit que dans le désert et celui d'employer deux mots à la représentation d'une seule idée. Je propose en conséquence de faire passer dans notre langue le nom arabe en le modifiant seulement par l'addition d'un *e* muet, et c'est sous le nom de *ragle* que je parlerai de ce phénomène que j'avais maintes fois éprouvé avant de songer à le décrire.

» Le ragle présente le plus grand rapport avec l'ivresse produite par les boissons alcooliques, avec celle due à l'usage de l'opium, du hachich, du cati, du safran, de l'ambre gris, de la belladone, de l'éther, etc., avec le délire de la fièvre et les hallucinations de quelques fous. C'est une espèce bien caractérisée d'un même genre.

» Le ragle, l'ivresse, l'hallucination diffèrent du rêve :

» 1°. En ce qu'ils se produisent en dehors du sommeil, sans que l'éré-

thisme normal des organes de la vie animale soit suspendu entièrement, et sans que la raison perde entièrement sa puissance;

» 2°. En ce qu'ils procèdent toujours directement de la sensation confuse de quelque objet, en un mot, d'un sentiment réel, tandis que le rêve prend sa source dans le simple souvenir. Il est vrai que ces souvenirs se présentent à l'esprit par suite d'un enchaînement d'idées dont la première est née de quelque sensation qui a précédé le sommeil; mais il n'y a aucun rapport entre cette sensation et le rêve.

» La vision du ragle diffère de celle du mirage en ce que, dans ce dernier phénomène, ce que l'on voit existe réellement. Ainsi, si l'on croit voir de l'eau, c'est qu'il s'est produit réellement l'image d'une surface bleue miroitante et un peu agitée; notre esprit se trompe seulement en supposant que l'existence de l'eau est inséparable de la production d'une telle image. »

ÉLECTRICITÉ. — *Expériences sur la transmission des courants d'induction de la machine de Ruhmkorff à travers les corps isolants; par* **M. du Moncel.**

(Commissaires, MM. Becquerel, Pouillet, Despretz.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un moyen nouveau de franchir les pentes en chemin de fer; par* **M. Gauckler.**

(Commissaires, MM. Piobert, Combes, Séguier.)

M. Justin Callamand soumet au jugement de l'Académie une nouvelle préparation alimentaire qu'il désigne sous le nom de *biscuit-viande*. Il représente ce produit comme pouvant être d'une grande utilité pour les armées de terre et de mer, à raison de la facilité avec laquelle on peut l'obtenir, de la modicité du prix de revient et de la propriété qu'il a de se conserver longtemps sans altération.

« Par un procédé de conservation dans lequel le sel n'entre pour rien, je suis parvenu, dit M. Callamand, à fabriquer ce biscuit, composé de farine de pur froment et de viande de bœuf cuite préalablement avec tous les légumes qui entrent dans la confection du pot-au-feu. Le prix est de 1 fr. 50 cent. le kilogramme; avec un seul biscuit, qui pèse $0^{k},25$, de l'eau pure et un peu de sel et de poivre, on fait, en douze à quinze minutes, une soupe pour six personnes. »

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Thenard, Dumas, Boussingault et de M. le Maréchal Vaillant.)

M. **Siret** appelle l'attention de l'Académie sur l'emploi qu'on peut faire d'enveloppes en *caoutchouc* pour mettre la *poudre de guerre* à l'abri de l'humidité, et pour prévenir, dans certains cas particuliers, les chances d'explosion auxquelles on eût été exposé avec les enveloppes ordinaires.

(Commissaires, MM. Piobert, Morin.)

M. **Mathieu** présente au concours, pour les prix de Médecine et de Chirurgie de la fondation Montyon, un *trocart* auquel il a apporté certaines modifications, qui ont surtout pour but de rendre l'instrument d'un emploi plus commode et plus sûr dans l'opération de la thoracentèse.

(Renvoi à la Commission des prix de Médecine et de Chirurgie.)

M. **Cadet** adresse un Mémoire qui se rattache à ses précédentes communications concernant le *choléra-morbus* et les *entozoaires* trouvés dans les déjections des cholériques.

(Renvoi à la Commission du prix *Bréant*.)

Le même auteur soumet au jugement de l'Académie un Mémoire sur la classification des animaux, Mémoire écrit en italien comme le précédent, et ayant pour titre : « Sur une modification de l'arbre zoologique. »

Ce dernier Mémoire est renvoyé à l'examen d'une Commission composée MM. Duméril, Geoffroy-Saint-Hilaire, Milne Edwards.

M. **Ammon** adresse de Wurzbourg (Bavière) un Mémoire, écrit en allemand, sur le *choléra-morbus*.

M. G. **Hammon** adresse des considérations sur un système de véhicule qu'il croit pouvoir être également employé pour marcher sur les eaux tranquilles ou sur un terrain peu résistant.

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Dupin, Poncelet, Piobert.)

M. **Buhler** soumet au jugement de l'Académie la description d'un appareil qu'il désigne sous le nom de *plongeur-moteur*.

M. Séguier est invité à prendre connaissance de cette Note, et à faire savoir à l'Académie si elle est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.

CORRESPONDANCE.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie de l'Inde, d'après* **M. G.-B. Greenough.** (Note traduite du journal anglais *l'Athenæum,* du 14 octobre 1854, p. 1242, par *M. Élie de Beaumont.*)

« **M. Élie de Beaumont** rappelle d'abord que M. Greenough ayant fait hommage à l'Académie, dans la séance du 25 octobre 1854 (1), de sa *Carte géologique de l'Inde britannique,* il crut devoir donner immédiatement quelques détails très-abrégés sur son contenu. Depuis lors, M. Greenough l'a chargé de traduire de l'anglais et de lire à l'Académie un extrait de la communication qu'il avait faite lui-même, le 30 septembre dernier, à l'Association Britannique, réunie à Liverpool. M. Élie de Beaumont s'acquitte de cette mission avec d'autant plus de plaisir, que la communication de M. Greenough lui paraît contenir un grand nombre de faits peu connus en France.

» L'auteur a commencé sa communication en faisant observer que l'étude des corps organisés fossiles est la pierre angulaire de la géologie moderne, et qu'on peut apprendre beaucoup plus de l'histoire de la terre des fossiles organiques que de la nature et des propriétés de la matière inorganique. L'idée d'une succession définie des masses minérales ne peut plus être soutenue, chaque formation contenant ses grès, ses argiles et ses calcaires disposés régulièrement ou irrégulièrement. Une même couche change de caractères minéralogiques en passant d'une contrée à une autre, ou même dans les limites d'une seule contrée, et quelquefois dans l'étendue d'une carrière. Le contact d'une roche ignée ou plutonique avec une roche sédimentaire change quelquefois l'aspect de cette dernière, de manière à la rendre méconnaissable. La transformation du lias en pierre lydienne, du calcaire jurassique en dolomie, de la craie en marbre, du grès ou de l'argile en jaspe, montrent combien il est dangereux d'accorder une confiance implicite aux caractères minéralogiques. Les prodigieuses quantités de roches plutoniques qui occupent les parties septentrionales aussi bien que les parties méridionales de l'Inde ne sont pas le produit d'une époque déterminée, mais plutôt de plusieurs époques; et probablement il existe dans cette contrée un grand nombre de couches secondaires qui n'ont pas encore

(1) *Comptes rendus,* tome XXXIX, page 796.

été découvertes. Les parties les moins connues sont le Cashemere et le Nepaul, la côte occidentale du Guzerate, et une vaste surface dans l'Orissa et la contrée environnante. Ce qui suit est un court extrait de la communication de M. Greenongh, qui était illustrée par une grande carte géologique coloriée de toute la contrée (la même que M. Greenough a présentée à l'Académie dans la séance du 25 octobre 1854).

» *Terrain post-tertiaire.* — *Regur* ou terrain à coton, espèce de *trapp-tuf* ressemblant au limon du Nil ou à la terre noire de Russie. Il est répandu sur le plateau des districts cédés et du Mysore, et flanque les montagnes des Neilgherries et de Salem, couvrant presque tout le plateau du Deccan; mais il n'a pas été observé dans le Konkan. Le *Kunker* est une substance concrétionnée analogue au travertin d'Italie, remplissant les fissures et les cavités des roches sous-jacentes. Des ossements de mastodonte y ont été trouvés, et les couches les plus récentes de ce dépôt contiennent des fragments de poterie. Il fournit une pierre de construction grossière, et on s'en sert largement pour la fabrication de la chaux. On désigne sous le nom local de *Gootin* et de *Chunam* un calcaire argileux employé comme pierre de construction dans le Bengale, le Béhar, à Bénarès, etc., qui se montre en nodules dans le terrain d'alluvion dont l'épaisseur, à Calcutta, est de 500 à 600 pieds anglais (152 à 183 mètres). Près de Bénarès, il contient des fragments de coquilles d'eau douce. Au sud de Madras on trouve une argile qui abonde en coquilles marines, employées pour faire de la chaux de préférence aux coquilles de la plage, comme étant plus exemptes de sel.

» La *Laterite*, ou pierre à briques de Buchanan, ressemble au trass du Rhin, au peperino et à la pouzzolane d'Italie. Elle s'étend à Malacca, à Siam, à Sumatra, à Singapore, etc. Elle couronne les sommets les plus élevés des Ghauts orientales et occidentales, et a une épaisseur moyenne de 100 pieds anglais (30 mètres) formant des collines mollement arrondies ou de larges terrasses, et quelquefois elle s'étend en larges nappes ayant de quelques pouces à 250 pieds anglais (76 mètres) d'épaisseur, qui se terminent par des escarpements verticaux et sont coupées par des vallées qui serpentent comme des rivières et présentent un fond plat. Les cavernes ne sont pas rares dans cette roche. A Travancore on trouve dans les escarpements de laterite des couches de lignite de 50 à 60 pieds anglais d'épaisseur (15 à 18 mètres).

» *Terrains pliocène* et *miocène.* — Dans la chaîne salifère du Punjaub, la couche la plus élevée contient des ossements d'éléphant, de cheval, de bœuf, de grande antilope, d'hyène, etc., et peut être considérée comme la prolongation de la formation de Sevalik. Sur la surface de la plaine située entre le

territoire britannique et le Thibet, on voit s'étendre un dépôt à blocs erratiques contenant des ossements d'hippothérium, de rhinocéros, d'éléphant, et de divers ruminants. Des ossements de mastodonte et d'autres mammifères se trouvent dans le Périm, ainsi que dans le golfe de Cambay et dans le territoire du Nizam.

» *Terrain éocène.* — L'argile de la falaise de Caribari, dans le nord-est du Bengale, a été décrite par M. Colebrook comme ressemblant à l'argile de Londres et comme contenant des coquilles, des palais de poisson et des défenses épineuses semblables à ceux de l'argile de l'île de Sheppy (à l'embouchure de la Tamise). M. le major Fulljames décrit une argile avec septaria comme celle de Londres, qu'on a rencontrée en creusant un puits au nord de Gongo; on l'a atteinte à la profondeur de 35 pieds anglais (11 mètres) et elle n'était pas complétement traversée à la profondeur de 356 pieds anglais (109 mètres). Une argile, avec des coquilles analogues quant aux genres à celles du bassin de Londres, a été trouvée sur les bords de l'Irawadi, dans le pays des Birmans. Des coquilles silicifiées ont été trouvées par M. Voysey entre deux assises de trapp, dans le Deccan. Des fragments de silex chert et de pierre argileuse contenant du sable et des coquilles d'eau douce (des genres Bulime, Succinée, Unio, Mélanie, Lymnée, Physe, Paludine, et des débris de Cypris et de Chara) se trouvent enveloppés dans le trapp et répandus sur sa surface dans les Sichel hills.

Des couches à nummulites entourent le golfe Persique, suivent la chaîne de l'Elborus, et le plateau de l'Iran, atteignent les montagnes du Caubul et l'Himalaya occidental, descendent la chaîne de Soleyman et suivent celle de Hala jusqu'à l'embouchure de l'Indus : elles continuent ensuite à l'est le long du flanc de l'Himalaya jusqu'au confluent du Gange et du Brahmapoutra. Elles ont été suivies sur 25 à 26 degrés en longitude depuis le Beloutchistan jusqu'à l'est du méridien de Calcutta et sur 12 degrés en latitude depuis le Runn de Cutch jusqu'au nord de Cashmere.

» *Terrains crétacés.* — Il paraîtrait qu'une branche de la masse principale de la craie s'étend du Taurus au sommet du golfe Persique. Les couches crétacées du Deccan ont été décrites pour la première fois par M. Newbold en 1840. Les fossiles de Pondichéry ont été reconnus par M. Forbes, comme néocomiens; ceux de Verdachellum et de Trichinopoli, comme les équivalents du grès vert supérieur et du gault. M. d'Orbigny a considéré le tout comme sénonien ou comme de l'âge de la craie. Les collections renfermaient un grand nombre de genres considérés précédemment comme caractéristiques des terrains tertiaires (Cyprée, Olive, Triton, Pyrule, Nérite, et de nom-

breuses espèces de Volutes); et M. le professeur Forbes en a inféré que ces genres ont apparu plutôt dans les mers orientales que dans celles de l'Europe. Des roches ressemblant au *green-sand* et particulièrement au *Kentish-rag* ont été observées par M. le Dr Jack dans l'île de Sumatra, et de la craie blanche tendre avec échinites à Bencoolen. Des couches crétacées se montrent aussi à Bornéo.

» *Système jurassique ou oolithique.* — *Kelloway Rock* (étage callovien de M. d'Orbigny). Des représentants de cette formation ont été trouvés dans le Cutch par M. le capitaine Grant; ils se composent d'argile schisteuse et de schiste calcaire en couches horizontales, formant des collines couronnées de grès contenant des variétés de la *Trigonia costata*, de l'*Ammonite herveyi*, etc.

» *Houille oolithique.* — La position relative de la houille de l'Inde a jusqu'ici résisté à toutes les recherches, mais elle peut être classée, peut-être, avec la houille de Brora (en Ecosse, houille qui appartient au système oolithique). Dans le Cutch, elle est inférieure au grès de Kelloway et elle est partout traversée par des failles (dykes), par des surfaces de glissement, et par d'autres dislocations.

» *Argile d'Oxford, fuller's-earth.* — Dans la partie de l'Himalaya examinée par M. le capitaine Strachey, les calcaires et les argiles schisteuses secondaires, parallèles à la chaîne silurienne, ont présenté une épaisseur de plusieurs milliers de pieds. La partie supérieure était presque entièrement composée, en quelques parties, de fragments de coquilles dont les espèces ressemblaient aux formes connues dans le cornbrash et le fuller's-earth. Au-dessus de ces couches se trouvent des argiles schisteuses noires, peu solides, avec des nodules durs contenant des Ammonites et des Bélemnites de l'âge de l'oxford-clay; la roche ammonitifère s'étend probablement jusqu'à la partie orientale du Nepaul. Les Ammonites se montrent à une hauteur de 18 à 19000 pieds anglais (5 483 à 5 788 mètres) et sont de la part des indigènes l'objet d'un respect superstitieux. La série oolithique forme un élément important dans la constitution géologique de l'Afghanistan oriental et de l'Inde septentrionale. On a reconnu qu'elle s'étend au sud depuis le Cutch le long de la ligne de montagnes qui flanque l'Indus et qu'elle forme l'escarpement du plateau de l'Afghanistan jusqu'à la chaîne salifère du Punjaub supérieur. Les roches de la série oolithique ont été observées le long de la route du Caubul et au nord de cette ville. Au nord des grands pics neigeux de l'Himalaya, elles suivent le bord méridional du plateau du Thibet. Dans le Rajpootana on trouve un grand nombre de marbres d'espèces par-

ticulières dont sont bâtis le Taj-Mahal et les palais de Jodpoor. Parmi ces marbres on rencontre une lumachelle ou marbre à coquilles opalines, de l'âge jurassique probablement; dans le Deccan on trouve des marbres blancs qui doivent être métamorphiques et se présentent partiellement. De nombreuses couches de gypse se rencontrent dans la présidence de Madras, mais leurs relations sont incertaines. Le grès à diamants de Golconde est une brèche plus ou moins compacte, rouge et blanche, sans fossiles; son âge exact est inconnu. Des sources salées surgissent souvent du grès ou dans son voisinage. Avec le calcaire qui lui est sous-jacent, ce grès couvre de larges surfaces en couches presque horizontales; mais sur le bord des plaines de Cuddapah il s'élève en couches fortement inclinées, appuyées immédiatement sur le granite. On assure que des traces de houille existent dans le grès à diamants au nord-ouest de Nagpoor et s'y trouvent abondamment le long de la vallée de la Nerbudda.

» *Houille de Burdwan.* — A Burdwan la houille a un caractère schisteux. Les genres de plantes qui l'accompagnent sont en partie connus en Angleterre, d'autres le sont en Australie, d'autres sont particuliers à la localité. Parmi les genres connus en Angleterre, quatre se trouvent dans le terrain houiller, savoir : les genres Sphénophyllum, Poacites, Calamites et Pécoptéris.

» *Terrain jurassique du Deccan.* — MM. Hislop et Hunter ont constaté que le grand dépôt de trapp des Ghauts occidentales repose sur un grès avec débris végétaux, principalement de Fougères, Pécoptéris, Cycloptéris, Sphénoptéris, Équisétites, nombreuses espèces de Glossoptéris et la *Vertebraria indica* qui caractérise aussi les couches de Burdwan. On a trouvé à Godavery le *Lepidotus deccanensis,* rapporté par sir Philippe Edgerton à l'oolithe inférieure ou au lias.

» *Trias.* — Nouveau grès rouge, marne rouge. Le grès des Bandair Hills et de Sagar est rapporté à cette formation. D'après M. James Hardie, le nouveau grès rouge peut être suivi à travers le Baralpur, au nord à travers le Delhi, où on peut le rattacher aux roches contenant du gypse et du sel gemme dans le Lahore, le Moultan, etc., et au sud vers le Cutch et peut-être jusqu'en Perse, formant une zone autour de la grande formation élevée de l'Inde centrale et séparant cette formation des roches primordiales. Le muschelkalk a été observé par M. le capitaine Strachey, au nord de la vallée de Niti dans l'Himalaya. Ses fossiles ressemblent à ceux de Saint-Cassian, mais les espèces sont toutes distinctes. On a recueilli trente-cinq espèces appartenant aux genres Cératite, Goniatite, Ammonite, Spirifer, Térébratule, Chonetes (?), Peigne, Pholadamye.

» *Calcaire carbonifère.* — Les restes organiques recueillis par M. le Dr Fleming, près de la base de l'escarpement de la chaîne salifère, dans l'Himalaya, renferment le *Productus cora* et l'*Athyris Royssii.*

» *Terrain dévonien* (?). — Chaîne de Kala ou chaîne salifère. Le sel est principalement extrait de la chaîne entre le Jhelum et l'Indus. D'apres M. le Dr André Fleming, la marne rouge gypsifère avec le sel gemme se trouve à la base même de la section au-dessous des argiles schisteuses, bitumineuses, avec lignites et calcaires carbonifères, et il la place parmi les roches dévoniennes. Cependant du sel gemme impur et des sources salées se montrent dans les chaînes extérieures de l'Himalaya, dans des couches regardées comme éocènes. Les argiles schisteuses, bitumineuses renferment en abondance des pyrites de fer, au moyen desquelles on prépare de l'alun, exactement comme à Whitby. La fabrication a été poursuivie par les ancêtres de ceux qui y sont occupés en ce moment pendant huit générations. On n'a pas trouvé de fossiles dans les couches salifères du Punjaub.

» *Terrain silurien.* — Les régions les plus élevées de l'Himalaya fournissent un grand nombre de formes de Trilobites, de Mollusques et de Zoophytes caractéristiques de la période silurienne et très-analogues à celles d'Europe, sans qu'aucune, peut-être, soit identique avec ces dernières. »

GÉOLOGIE. — *Observations sur la constitution géologique des Alpes maritimes et de quelques montagnes de la Toscane.* (Extrait d'une Lettre de M. le professeur **Ange Sismonda** à *M. Elie de Beaumont.*)

« Turin, le 30 novembre 1854.

» Je vous écris pour me procurer le plaisir de recevoir de vos nouvelles et pour obtenir de votre obligeance quelques éclaircissements sur ce que j'ai observé cet été dans les Alpes maritimes, dans les *monti Pisani,* et dans ceux de *Jano* en Toscane.

» Vous connaissez la nature et la structure des Alpes maritimes. On peut se figurer cette chaîne comme une association confuse du granite avec le diorite, entourée de roches cristallines stratifiées, telles que gneiss, mica-, schistes, etc., sur lesquelles se succèdent, de bas en haut, du calcaire cristallin, noirâtre, en gros bancs; des conglomérats quartzeux en alternance avec des anagénites, tantôt pétrosiliceuses et tantôt ophiteuses, lesquelles s'entremêlent à une espèce de gneiss talqueux contenant une infinité de petits globules de quartz vitreux; enfin, au-dessus de ces roches, il y a une puissante masse de calcaire cristallin grisâtre et blanchâtre, divisée en cou-

ches d'une épaisseur médiocre. Ce n'est que dans quelques localités, comme au col de Tende, que la susdite série de roches est recouverte par du calcaire associé à des schistes de l'époque nummulitique. D'après vos observations, les conglomérats et autres roches détritiques, que quelques géologues anglais avaient placés dans le vieux grès rouge, ont été reportés dans la série oolithique et à l'horizon à peu près de l'oxford-clay. D'après cette classification, que les faits sont venus confirmer de plus en plus, le calcaire cristallin en gros bancs, inférieur aux conglomérats susmentionnés, serait contemporain de celui qui dans les Alpes centrales passe par Vilette en Tarentaise, et que ses fossiles indiqueraient comme appartenant au lias supérieur; tandis que celui qui est supérieur aux mêmes conglomérats représenterait les derniers dépôts de l'époque jurassique, et il ne serait pas impossible que les couches les plus superficielles, celles composées d'un calcaire blanc céroïde, fussent moins anciennes encore, qu'elles fussent des premiers temps de l'époque crétacée (néocomien). On doit donc conclure que dans les Alpes maritimes, en dehors du gneiss, etc., le terrain stratifié le plus ancien qui s'offre à l'observateur remonte à peine à l'époque liassique.

» Ce que je viens de dire sur cette chaîne est, jusqu'à un certain point, justifié par ce qu'on rencontre dans les *monti Pisani*, en Toscane. Car à Ripafratta, en-dessous des roches nummulitiques, et du calcaire avec silex pyromaques qu'on regarde comme néocomien, il y a des roches que M. Savi a nommées sommairement *scisti varicolori*. Ce sont des schistes rougeâtres et verdâtres, en alternance avec du calcaire cristallin, des grès, et un conglomérat anagénitique sensiblement talqueux. Cette association de roches ressemble parfaitement aux conglomérats et anagénites de Tende, de Saint-Paul dans la vallée de l'Ubaye, à ceux entre le col de la Seigne et le Chapiu, etc., etc. M. Savi regarde cette série de roches comme la représentation du terrain oolithique, et comme étant précisément la partie de ce terrain correspondante à l'oxford-clay. Une pareille classification est particulièrement autorisée par le gisement des roches mêmes; elles sont immédiatement supérieures à un calcaire cristallin, dans lequel le même géologue M. Savi a trouvé des fossiles liassiques. Il y a en dessous de ce calcaire liassique un nouveau conglomérat quartzeux, mêlé de quarzite, et d'autres roches anagénitiques un peu différentes de celles des couches supérieures. M. Savi nomme ces roches collectivement *verrucano*, parce que la montagne dite la *Verrucca* en est essentiellement composée. Or, en réfléchissant au gisement de ces derniers conglomérats, ils doivent représenter les mêmes espèces de roches devenues si célèbres par vos tra-

vaux qu'on remarque à Valorsine, à Ugine, etc.; enfin ils doivent appartenir à la série de roches que dans les Alpes on a appelées *infraliassiques*. Il y a donc une parfaite ressemblance entre la chaîne des *monti Pisani* et celle des Alpes de la Savoie, etc.

» Mais si des *monti Pisani* on va du côté de Sienne, à *Jano*, on a sous les yeux des faits de toute autre nature. Ici le *verrucano*, ou la série de conglomérats quartzeux et anagénitiques, sort immédiatement au-dessous du *terrain tertiaire pliocène*, et recouvre des grès psammitiques et des schistes argileux à peine altérés, dans lesquels existe une puissante couche d'anthracite. Dans les schistes environnant ce combustible, on découvre fréquemment des empreintes végétales identiques avec celles des couches anthraciteuses de *Petit-Cœur* en Tarentaise; mais, ce qui plus est, on y trouve en même temps des moules de Bivalves, des Encrinites, etc., que MM. Savi et Meneghini disent dans leurs Mémoires être de l'époque houillère. Si les déterminations de fossiles faites par ces géologues sont exactes, le terrain paléozoïque existe à Jano, en Toscane, comme dans l'île de Sardaigne. Mais en supposant le cas contraire, que la mauvaise conservation des fossiles animaux ait induit en erreur ceux qui les ont étudiés, et qu'au lieu d'appartenir au terrain houiller ils soient de l'époque liassique, dans ce cas on aurait, à Jano, les mêmes terrains qu'on a en Savoie, avec cette différence cependant qu'à Jano leur gisement serait *anormal*, c'est-à-dire qu'il y aurait un renversement dans les couches, puisque les psammites et les schistes argileux avec anthracite sont inférieurs aux roches détrito-feldspathiques et quartzeuses, que tout porte à regarder comme identiques avec le *verrucano*, c'est-à-dire comme les représentantes des conglomérats de Valorsine, d'Ugine, etc., et non pas comme celles des roches analogues qu'on trouve aussi dans les *monti Pisani*, dans les Alpes maritimes, à Saint-Paul, dans la vallée de l'Ubaye, au-dessous du col de la Seigne, près le Chapiu, à la mine de Pesey, etc., etc.

» Enfin, si l'on compare la chaîne des *monti Pisani* avec celle de Jano, dans celle-ci manqueraient le lias et les roches oolithiques, et on a, au contraire, les roches anthraciteuses manquantes dans les *monti Pisani;* or, ce manque serait-il un simple avortement de couches, ou bien encore, dans la supposition qu'il y a à Jano un renversement de couches, les roches anthraciteuses seraient-elles l'équivalent des couches détritiques et des anagénites supérieures, correspondantes à l'oxford-clay?

» Voilà les questions que je viens vous soumettre, en vous priant d'être assez bon pour me faire connaître votre opinion. Dans le cas où ce que je viens de vous communiquer sur le terrain de Jano vous paraîtrait insuf-

fisant pour vous former une idée sur son âge, vous en trouverez une description assez détaillée dans les additions que MM. Savi et Meneghini ont faites à la traduction du Mémoire de M. Murchison, *Geological structure of the Alps, Apennine and Carpathian*.

» Je crois vous avoir écrit dans le temps que notre musée possédait un squelette complet du Mégatherium adulte; à présent on vient d'en monter un de *Glyptodon* avec sa carapace. Je vous donne cette nouvelle avec l'espérance qu'elle vous engagera à venir passer encore une fois de ce côté-ci des Alpes..... »

Remarques de M. ÉLIE DE BEAUMONT *au sujet des deux communications précédentes.*

« Quoique la Lettre de M. Sismonda, qui est datée du 30 novembre dernier, m'ait paru, dès le moment où je l'ai reçue, de nature à intéresser l'Académie, j'ai cru devoir différer de la communiquer, dans l'espérance de pouvoir réunir les éléments d'une réponse complète à la question qui la termine. La seule chose que je puisse dire aujourd'hui, c'est que, d'après les observations de notre ami commun, M. Pentland, qui a lui-même visité *Jano*, on rencontre dans cette localité des *Productus*, des *Spirifers*, etc., c'est-à-dire des fossiles essentiellement *paléozoïques*. Si, comme je n'en puis douter, ce fait s'établit sans contestation, il contribuera à prouver que dans le midi, aussi bien que dans le nord de l'Europe, les couches voisines des dépôts de combustibles contiennent quelquefois des débris d'êtres marins, et que, malgré la présence des combustibles et des empreintes végétales *analogues entre elles* qui les accompagnent, ces fossiles d'origine marine conservent le caractère paléontologique de l'époque à laquelle ils appartiennent, *paléozoïque* à Jano comme en Sardaigne, *jurassique* à *Petit-Cœur*, comme dans les autres couches jurassiques des Alpes de la Savoie, du Dauphiné, du Valais, etc.

» Ce qui m'a déterminé à faire aujourd'hui, et à l'improviste, la communication de la Lettre de M. Sismonda, c'est que, par suite d'une circonstance imprévue, l'Académie a été avertie vendredi dernier qu'on procéderait dans le comité secret qui doit terminer la séance actuelle à la présentation d'une liste de candidats pour la place de Correspondant, devenue vacante dans la Section de Minéralogie et de Géologie par le décès de *M. Andrès del Rio*.

» Le même motif m'a déterminé à faire aussi dès aujourd'hui la commu-

nication dont M. Geenrough m'avait fait l'honneur de me charger, communication que j'avais cru d'abord pouvoir différer jusqu'au moment où j'aurais pu achever les calculs nécessaires pour tracer avec précision, sur sa belle *Carte géologique de l'Inde britannique*, les cercles principaux du *réseau pentagonal*. »

« **M. le Prince Bonaparte** fait hommage à l'Académie d'un opuscule de son savant ami le vicomte *Dubus de Ghisignies*, de Bruxelles, contenant la description de douze espèces inédites de PASSEREAUX CHANTEURS appartenant aux familles des *Tanagrides*, des *Plocéides* et des *Fringillides*. Toutes lui paraissent nouvelles, à l'exception de *Chrysomitris xanthogastra* qui est évidemment la *columbiana*, Lafr. Cab. et Bp.; et plusieurs ont un grand intérêt parce que, comme *Quelea capitata*, *Lanio auritus*, charmant Tanagride de Colombie, et surtout *Pyrenestes personatus*, de l'Afrique occidentale, elles viennent enrichir de petits genres aussi caractérisés que restreints. Les ornithologistes savent que le genre *Pyrenestes* ne comptait jusqu'à présent qu'une espèce, le prétendu *Pyrenestes lacteus* de la Naumannia, 1851, n'étant que la *Petronia brachydactyla* du *Conspectus*. Cette seconde est plus typique que l'*ostrinus*, ayant le bec encore plus puissant, et sa dent maxillaire bien plus développée.

» *Pipilo cristata*, Dubus, est plutôt un *Hemispingus*.

» *Buarremon latinuchus*, Dubus, est un *Atlapetes*, ainsi que les six autres espèces citées dans son article par le Directeur du Musée de Bruxelles. Il faut même réunir à ces *Pipilonés* le soi-disant *Arremon mystacalis*, Sclater, qui est identique avec *albifrenatus*, Boiss. On ne connaît de véritables *Buarrémons* que *torquatus*, Lafr.; — *assimilis*, Boiss.; — *brunneinucha*, Lafr.; — et peut-être *xanthogenis*, Caban.

» Le 1er janvier 1855, le prince Bonaparte a étrenné le Muséum par la fondation du genre KIENERIA, ainsi nommé en honneur de son aimable et digne *Custos*, si versé dans la malacologie. Son type est *Pyrgisoma kieneri* du *Conspectus*, autour duquel viennent se grouper les *ex-Pipilo rufipilea*, *torquata*, *rufescens*, *fusca* et *aberti*. »

M. le Secrétaire perpétuel donne lecture d'une Lettre de Mme veuve *Lallemand*, qui offre à l'Académie un buste en marbre du célèbre médecin.

Des remercîments seront transmis, au nom de l'Académie, à Mme veuve Lallemand.

M. **Dureau de la Malle** adresse des extraits de deux Lettres qu'il a reçues récemment de l'Algérie. La première mentionne la découverte récente de ruines, dont les unes paraissent dater de l'époque romaine, dont les autres sont d'un âge incertain et d'un caractère difficile à déterminer. Dans la seconde, le voyageur parle des nombreuses plantations de coton et de tabac qu'il a vues dans la plaine du Sig, où cette culture a complétement réussi.

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète de* M. Dien, *faites par* M. **Chacornac** *à l'Observatoire impérial de Paris.*

DATES.	TEMPS MOYEN de Paris.	Æ COMÈTE.	D COMÈTE.	NOMBRE des comparaisons.
Janvier 17	$18^h 19^m 57^s 2$	$15^h 10^m 57^s,62$	»	1 (★ *a*)
	18.25.50,7	15.10.58,48	»	2 (★ *b*)
	18.26.42,1	»	— 27°27′56″,4	1 (★ *b*)
18	17.38.43,4	»	— 27.33.47,5	3 (★ *c*)
	17.43.46,0	15.14. 4,26	»	4 (★ *c*)
	18.16.32,5	»	— 27.33.54,4	2 (★ *c*)
25	17.57.33,8	15.35.42,11	»	(3) (★ *d*)
	18.14.26,0	»	— 28. 5.12,7	(2) (★ *d*)
26	18. 3.31,9	15.38.42,31	»	(3) (★ *e*)
	18. 7.50,9	»	— 28. 8.15,0	(2) (★ *e*)

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1855,0.

(★ *a*) nº 60, zone 373, de M. Argelander,		Æ = $15^h 10^m 3^s,02$	
(★ *b*) nº 64, zone 374,	*id.* *id.*	Æ = 15.12.52, 34	D = — 27°23′44″,0
(★ *c*) nº 71, zone 373,	*id.* *id.*	Æ = 15.16.56, 86	D = — 27.34.44, 6
(★ *d*) nº 5, zone 388,	*id.* *id.*	Æ = 15.34.46, 30	D = — 28. 6. 6, 7
(★ *e*)		Æ = 15.36.21, 62	D = — 28. 4.12, 8

Observation de M. Donati à Florence.

	T. m. de Florence.	Æ ★ comète	D ★ comète	Nomb. de comp.
Janvier 28	$17^h 32^m 39^s,4$	$15^h 44^m 23^s,81$	— 28° 13′ 22″,9	4

L'étoile de comparaison, 6531 Lacaille ou 5215 Baily a, pour position moyenne en 1855,0

Æ = $15^h 39^m 30^s,08$ D = — 28° 20′ 2″,1

PHYSIQUE. — *Note sur les phénomènes électriques attribués à l'action simultanée de deux courants égaux et opposés; par* **M. J.-M. Gaugain.**

« Plusieurs physiciens se sont occupés dans ces derniers temps de la question de savoir si deux courants égaux peuvent en même temps cheminer en sens contraire dans un même circuit, et cette question me paraît aussi complétement résolue qu'elle peut l'être lorsqu'on se borne à considérer des courants continus; car tout le monde reconnaît, qu'en opposant l'une à l'autre deux piles égales, il est absolument impossible d'obtenir aucune espèce de manifestation électrique dans le circuit commun : mais il résulterait d'expériences récemment communiquées à l'Académie, que les courants induits se comportent autrement que les courants continus, que l'on peut obtenir de la lumière et des effets physiologiques en opposant deux courants induits égaux. Ce résultat m'ayant paru très-important à constater, j'ai répété, en les modifiant, les expériences dont il s'agit, et je suis parvenu à expliquer très-simplement les résultats obtenus, sans être obligé de recourir à l'hypothèse de la *superposition des courants contraires*.

» Lorsqu'on met en batterie deux appareils de Ruhmkorff, en réunissant d'une part les circuits inducteurs et de l'autre les circuits induits, il ne me paraît pas évident que les courants induits fournis par les deux appareils soient parfaitement synchrones, lors même que l'on ne fait usage que d'un seul interrupteur; en effet, les courants induits de l'appareil de Ruhmkorff sont dus presque exclusivement à la recomposition des fluides magnétiques du faisceau de fils de fer placé dans l'axe de la bobine. Cette recomposition est plus ou moins rapide, suivant que le fer est plus ou moins pourvu de force coercitive, et par conséquent le développement des courants induits est lui-même plus ou moins rapide, suivant que le fer est plus ou moins doux; lors donc que l'on emploie deux appareils ayant chacun leur faisceau de fils de fer, il suffit que les deux faisceaux aient des forces coercitives un peu différentes, pour que les courants induits ne soient pas rigoureusement synchrones.

» Pour me mettre autant que possible à l'abri de ce défaut de synchronisme, je me suis servi, pour les recherches dont je vais rendre compte, d'un appareil de Ruhmkorff qui porte deux bobines; ces deux bobines, plus courtes de moitié que celles dont on fait habituellement usage, sont placées à la suite l'une de l'autre et traversées par un même faisceau de fils de fer. Les courants induits des deux bobines proviennent du jeu des fluides ma-

gnétiques de cet unique faisceau, et par conséquent ils doivent passer, à fort peu près, aux mêmes instants, par les mêmes degrés d'intensité; il faut d'ailleurs noter, pour l'intelligence de ce qui va suivre, que les deux *pôles extérieurs* des circuits induits correspondent aux extrémités du faisceau et que les deux *pôles intérieurs* correspondent à sa partie moyenne.

» En me servant de l'appareil dont je viens d'indiquer les dispositions, j'ai trouvé que les effets de lumière et les effets physiologiques produits par deux courants induits opposés sont toujours beaucoup plus faibles que les effets obtenus en faisant marcher les deux courants dans le même sens, et je me suis assuré que les faibles effets qui se produisent dans le cas des courants opposés sont dus exclusivement à des courants dérivés qui s'établissent à travers les enveloppes imparfaitement isolantes des circuits induits. Pour indiquer d'une manière précise la route que suivent ces courants dérivés, il est indispensable d'entrer dans quelques détails.

» On peut réunir de deux manières différentes les circuits inducteurs : on peut les combiner de manière à obtenir un point conséquent au milieu du faisceau de fils de fer, et dans ce cas les deux extrémités du faisceau présentent des pôles de même nom; on peut, au contraire, s'arranger de manière que les deux extrémités du faisceau deviennent des pôles de noms contraires, et dans ce cas il n'y a pas de point conséquent.

» Supposons d'abord que l'on ait adopté cette dernière combinaison. Si l'on veut recevoir la commotion produite par les deux courants induits opposés, il faut établir une communication métallique entre le pôle intérieur de l'une des bobines A et le pôle extérieur de l'autre bobine B, puis toucher d'une main le pôle extérieur de la bobine A et de l'autre main le pôle intérieur de la bobine B : or, en procédant ainsi, on reçoit une commotion appréciable, quoique excessivement faible; mais il est aisé de s'assurer que le courant qui produit cette commotion provient exclusivement de la bobine A. En effet, si l'on rompt la communication métallique établie entre les deux bobines et qu'on recommence à toucher le pôle extérieur de A et le pôle intérieur de B, on éprouve une commotion aussi forte et même un peu plus forte qu'auparavant; or dans ce dernier cas il est évident que le courant qui produit la commotion provient de la bobine A : ce courant sort par le pôle extérieur de A, traverse les organes de l'opérateur, arrive au pôle intérieur de B et de là retourne au pôle intérieur de A, en traversant les substances conductrices ou imparfaitement isolantes qui séparent ces deux derniers pôles. Mais quand on établit une communication métallique entre les deux bobines, comme je l'ai indiqué plus haut, cette communication n'empêche

en aucune façon le courant de A de suivre la route qui vient d'être indiquée, et c'est au courant dirigé par cette route que sont dus les effets attribués à l'action simultanée de deux courants contraires.

» Je me suis servi pour mes expériences d'une petite pile de Daniell équivalant tout au plus à un élément de Bunsen, et cependant, comme on vient de le voir, le courant induit pouvait traverser les enveloppes de son circuit. Quand on emploie (comme on l'a fait) un nombre considérable d'éléments de Bunsen, l'isolement du circuit induit devient bien plus insuffisant encore.

» Examinons maintenant le cas où les circuits inducteurs sont disposés de manière à obtenir un point conséquent au milieu du faisceau de fils de fer. Pour recevoir dans ce cas la commotion des courants induits opposés, il faut établir une communication métallique entre les deux pôles intérieurs, puis toucher d'une main le pôle extérieur de A, et de l'autre le pôle extérieur de B; en opérant ainsi, on n'éprouve plus de véritable commotion, on ressent seulement au bout des doigts un léger fourmillement, tandis que les courants induits marchant dans le même sens produisent, malgré l'existence du point conséquent, une commotion qui est encore très-énergique. Il est d'ailleurs facile de reconnaître la véritable cause du léger fourmillement que l'on éprouve dans le cas des courants induits opposés; car on peut observer que ce fourmillement, au lieu de cesser, augmente lorsqu'au lieu de toucher simultanément des deux pôles de A et de B, on se borne à toucher l'un des deux. Cette observation prouve bien clairement que la sensation que l'on éprouve dans le cas des courants opposés ne provient pas de deux courants contraires, cheminant l'un de la main droite à la main gauche, l'autre de la main gauche à la main droite, mais qu'elle est produite par deux courants ayant des routes différentes : l'un sort du pôle extérieur de la bobine A, passe dans la main gauche de l'observateur, parcourt une partie de son corps, et retourne au pôle intérieur de la même bobine A, soit à travers l'air, soit par l'intermédiaire du sol et des supports de l'appareil; l'autre courant, sorti du pôle extérieur de la bobine B, entre par la main droite de l'observateur, et retourne par une route analogue à celle qui vient d'être indiquée au pôle intérieur de B.

» Les effets de lumière observés dans le vide de l'œuf électrique correspondent si exactement aux effets physiologiques, qu'il me paraîtrait superflu de les discuter séparément; je ferai seulement une observation relativement aux apparences lumineuses qui se produisent dans le cas de deux courants induits opposés lorsque le faisceau de fils de fer s'aimante régulièrement

(sans point conséquent); dans ce cas, les deux boules de l'œuf sont enveloppées d'une auréole bleuâtre, et dans l'intervalle qui les sépare on aperçoit souvent une sorte de flamme rouge. Cette distribution à peu près symétrique de la lumière paraît être au premier abord favorable à l'hypothèse de la *superposition des courants contraires;* car on sait que dans le cas où l'on fait usage d'un seul appareil d'induction, les deux boules de l'œuf présentent d'ordinaire des apparences très-différentes : l'une d'elles semble lancer une gerbe de feux rouges, tandis que l'autre est entourée d'une auréole bleuâtre qui l'enveloppe comme une gaîne; mais en réalité la distribution symétrique de la lumière que l'on obtient dans le cas des courants induits opposés tient uniquement à ce que le courant qui produit l'effet observé est affaibli par l'interposition d'une résistance considérable. M. Ruhmkorff a constaté depuis longtemps que pour obtenir avec un seul appareil la distribution de lumière dont il est ici question, il suffit d'introduire dans le circuit des résistances suffisantes; il a eu la bonté de me communiquer son observation, et j'en ai vérifié l'exactitude.

» En résumé, il résulte des faits et de la discussion qui précèdent, que deux courants induits, égaux, opposés et synchrones, se neutralisent aussi complétement que deux courants continus. »

CHIMIE. — *Notes sur une réaction microchimique de la cholestérine et les corpuscules amyloïdes; par* **M. J. Moleschott.**

« Les chimistes savent que l'acide sulfurique peut communiquer une couleur rouge à la cholestérine. Mais ce fait n'a pas été appliqué aux recherches microscopiques autant qu'il le mérite. La découverte de M. Henri Meckel, que la cholestérine, traitée avec l'acide sulfurique concentré et l'iode, prend, entre autres couleurs, une teinte bleue, ressemblant à celle de la cellulose, m'a rappelé un résultat auquel j'étais arrivé depuis plusieurs années, à savoir que l'on peut produire une coloration de la cholestérine en carmin, en violet et en lilas par l'acide sulfurique, sans y ajouter aucun autre agent que l'eau pure.

» En traitant la cholestérine par un mélange de 5 volumes d'acide sulfurique et de 1 volume d'eau, et après avoir exposé les cristaux pendant quelques secondes à une chaleur très-douce, on trouve, par l'observation microscopique, que les bords des cristaux ont pris une couleur carminée très-vive. Après une ou deux heures, le carmin se change de plus en plus en violet. Pour un mélange de 3 volumes d'acide et de 1 volume d'eau, les

tables rhomboïdes montrent leurs bords colorés en violet, si l'on a eu soin de chauffer doucement la préparation, après l'avoir couverte d'un petit verre mince. Un acide encore plus dilué fait prendre aux cristaux, dont les bords diffluent en petites gouttes, la couleur lilas. Un mélange de 14 volumes d'acide et de 1 volume d'eau produit, au contraire, une couleur brune-rougeâtre à côté de laquelle se trouve aussi le carmin, surtout au milieu des grandes agrégations de tables rhomboïdes. A partir de 5 volumes d'acide jusqu'à 14 sur 1 volume d'eau, on voit le brun rougeâtre s'entremêler de plus en plus au carmin, qui finit par disparaître si l'on traite la cholestérine par l'acide sulfurique concentré qui détruit les cristaux.

» Il suit de ces observations qu'on peut produire à volonté les couleurs suivantes : le brun rougeâtre, le carmin, le violet, le lilas, en traitant la cholestérine par un acide sulfurique plus ou moins concentré, en descendant jusqu'à un mélange de 3 ou 2 volumes d'acide avec 1 volume d'eau, et en exposant les préparations de plus en plus à l'air. L'acide le plus dilué et l'action de l'air la plus complète donnent la couleur lilas, tandis que le mélange de 14 volumes d'acide et de 1 volume d'eau produit les couleurs brune-rougeâtre et carminée, qui se changent plus ou moins en violet, si l'on garde les préparations pendant deux heures sous l'influence de l'air. Un laps de temps plus long finit par décolorer les cristaux traités par des mélanges dilués ou de concentration médiocre.

» Quant aux corpuscules amyloïdes que M. Virchow croit composés de cellulose, tandis que M. Donders les prend pour de l'amidon, je les suppose composés de cellulose qui s'est changée, en partie, en amidon. En effet, ces corpuscules se colorent en bleu par l'action de l'iode seul, et la couleur devient plus foncée en y ajoutant l'acide sulfurique (2,2 volumes d'acide sur 1 volume d'eau). La première propriété correspond à l'amidon, la seconde à la cellulose. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Observations pluviométriques faites à la Havane, du 1er janvier 1854 au 1er janvier 1855; par* M. CASASECA.

« J'ai donné dans une précédente communication (*Comptes rendus*, t. XXXVIII, p. 509) le relevé des mois de septembre, octobre, novembre et décembre 1853; je viens présenter aujourd'hui le résultat de mes observations pendant toute l'année 1854.

Mois.	Jours de pluie.
Janvier	9
Février	4
Mars	4
Avril	13
Mai	11
Juin	13
Juillet	9
Août	9
Septembre	10
Octobre	9
Novembre	5
Décembre	10
Total	106

» On voit donc que le terme moyen des jours de pluie à la Havane, pendant l'année 1854, a été à très-peu de chose près de 9 pour chaque mois.

» Voici la quantité d'eau tombée à la Havane pendant ces jours de pluie, exprimée en millimètres.

	mm
Janvier	32
Février	74
Mars	88
Avril	96,5
Mai	57
Juin	107,6
Juillet	162
Août	136
Septembre	117,4
Octobre	69,5
Novembre	40
Décembre	60,2
Total	1040,2

» Il est donc tombé $1^{m},040$ d'eau à la Havane, dans toute l'année 1854, ce qui ne fait guère que le double de la quantité d'eau qui tombe, terme moyen, à Paris. On observe cependant ici des averses telles, qu'à moins de s'être convaincu de la vérité par l'expérience de douze mois consécutifs, on serait porté à exagérer la quantité d'eau tombée annuellement. Ainsi le 18 juillet 1854, il est tombé à la Havane, *en deux heures et demie seule-*

ment, l'énorme quantité de $71^{mm},5$, ce qui donne 28 millimètres par heure. La plus forte pluie que j'ai vue citée est celle qu'observa l'amiral Roussin à Cayenne, laquelle dura de 8 heures du soir à 6 heures du matin (10 heures), et fut de 280 millimètres; c'est également 28 millimètres par heure.

» Les pluies n'ont pas été cette année-ci aussi fortes que de coutume; les observations des années subséquentes, car je me propose de les continuer tant que je séjournerai à l'île de Cuba, feront voir si les pluies annuelles à la Havane dépassent ou non de beaucoup le chiffre obtenu en 1854. J'ajouterai que les pluies ont été, cette année-ci, incomparablement plus fortes dans l'intérieur de l'île qu'à la Havane. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation du carbonate potassique pur; par* **M. Bloch.**

« Dans le but d'éviter d'un côté la purification de la crème de tartre, qui est très-longue, et d'un autre côté la destruction d'un équivalent d'acide tartrique dans la préparation du carbonate potassique pur, nous nous sommes servi de la méthode suivante :

» On fait bouillir de la crème de tartre (bitartraque potassique) avec son équivalent de craie (carbonate calcique),

$$\bar{T}^2 KO + CO^2 CaO = \bar{T}KO \textit{ soluble} + \bar{T}CaO \textit{ insoluble} + CO^2 \textit{ gazeux}.$$

» On filtre.

» A la liqueur filtrée on ajoute quelques gouttes d'acide nitrique, puis on précipite le chlorure contenu par quelques gouttes de nitrate argentique

$$\bar{T}KO + ClK + NO^5 + NO^5 AgO = \bar{T}KO + NO^5 KO + NO^5 \textit{ solubles} + Cl Ag \textit{ insoluble}.$$

» On passe à travers un filtre lavé à l'eau acidulée par l'acide nitrique pur.

» La liqueur filtrée est évaporée à sec dans une marmite en fer, puis on élève la température jusqu'à ce que toute la masse soit portée au rouge.

» On asperge d'un peu d'eau distillée la masse rougie afin de décomposer le cyanure qui s'était formé,

$$NC^2 K + 3HO = CO^2 KO \textit{ soluble} + NH^3 \textit{ gazeux}.$$

» Il est bon de remuer constamment la matière, afin d'égaliser les réac-

tions et d'obtenir une masse toujours homogène. On traite le tout par l'eau pure, on passe à travers un filtre lavé, on évapore à sec.

» La carbonate ainsi préparé est d'une pureté parfaite, ne contenant aucune trace de chlorure, corps extrêmement difficile à séparer par les anciens procédés, à moins de faire passer le carbonate à l'état de bicarbonate, opération longue et dispendieuse.

Conclusions.

» 1°. Par équivalent de crème de tartre employé on gagne un équivalent d'acide tartrique, tout en obtenant la même quantité de carbonate potassique.

» 2°. L'extraction de cet équivalent d'acide tartrique paye les frais de la préparation du carbonate.

» 3°. Lorsqu'on veut augmenter la quantité de carbonate potassique par l'addition du nitrate potassique on commet toujours une erreur, car on déduit inutilement un équivalent d'acide nitrique; tandis que si l'on opère sur deux équivalents de bitartrate potassique (crème de tartre), on augmente également la quantité de carbonate, sans augmenter les frais, car l'extraction ultérieure de l'acide tartrique compense la dépense.

» 4°. L'élimination du chlorure, impossible à réaliser dans la crème de tartre ou dans le carbonate obtenu, est très-facile dans le tartrate neutre rendu légèrement acide par l'acide nitrique au moyen du nitrate argentique.

» L'abaissement de prix du carbonate potassique pur, produit payé trop cher dans le commerce comparativement aux potasses impures, aura sans doute pour effet de généraliser ses applications, et facilitera ainsi les opérations chimiques qui exigent l'emploi de matières pures. »

MATHÉMATIQUES. — *Sur la théorie de la transformation des fonctions abéliennes; par* **M. Ch. Hermite.** (Suite : §§ VII et VIII.)

« VII. — Ces préliminaires établis, nous aborderons, comme il suit, le problème de la transformation.

» Soit, en conservant les notations du § III,

$$\begin{Bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ c_0 & c_1 & c_2 & c_3 \\ d_0 & d_1 & d_2 & d_3 \end{Bmatrix}$$

un système linéaire, dont les éléments sont des nombres entiers qui vérifient les équations

$$\begin{aligned}
a_0 d_1 + b_0 c_1 - c_0 b_1 - d_0 a_1 &= 0,\\
a_0 d_2 + b_0 c_2 - c_0 b_2 - d_0 a_2 &= 0,\\
a_0 d_3 + b_0 c_3 - c_0 b_3 - d_0 a_3 &= k,\\
a_1 d_2 + b_1 c_2 - c_1 b_2 - d_1 a_2 &= k,\\
a_1 d_3 + b_1 c_3 - c_1 b_3 - d_1 a_3 &= 0,\\
a_2 d_3 + b_2 c_3 - c_2 b_3 - d_2 a_3 &= 0.
\end{aligned}$$

» Pour abréger l'écriture, représentons un instant par z_i la fonction linéaire $a_i x + b_i y$, i désignant l'un des nombres 0, 1, 2, 3, et posons

$$(12)\ \Theta(z_0 + \mathrm{G} z_3 + \mathrm{H} z_2,\ z_1 + \mathrm{H} z_3 + \mathrm{G}' z_2)\, e^{i\pi[z_0 z_3 + z_1 z_2 + \Phi(z_3, z_2)]} = \Pi(x, y);$$

on aura ce théorème :

» *La fonction* $\Pi(x, y)$ *satisfait à ces équations de même forme que les équations* (9), *savoir :*

$$(13)\quad \begin{cases}
\Pi(x+1, y) = (-1)^{\mathfrak{m}}\, \Pi(x, y),\\
\Pi(x, y+1) = (-1)^{\mathfrak{n}}\, \Pi(x, y),\\
\Pi(x+h, y+g') = (-1)^{\mathfrak{p}}\, \Pi(x, y)\, e^{-i\pi k(2y+g')},\\
\Pi(x+g, y+h) = (-1)^{\mathfrak{q}}\, \Pi(x, y)\, e^{-i\pi k(2x+g)},
\end{cases}$$

et si l'on représente, pour simplifier, les quantités $a_i b_j - a_j b_i$, $a_i c_j - a_j c_i, \ldots$ *par* $(ab)_{ij}$, $(ac)_{ij}$, *etc., les valeurs de* g, h, g' *et de* $h^2 - gg'$ *seront*

$$(14)\quad \begin{cases}
g = \dfrac{(db)_{01} + (db)_{31}\,\mathrm{G} + 2(db)_{03}\,\mathrm{H} + (db)_{02}\,\mathrm{G}' + (db)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')}{(ab)_{01} + (ab)_{31}\,\mathrm{G} + 2(ab)_{03}\,\mathrm{H} + (ab)_{02}\,\mathrm{G}' + (ab)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')},\\[2ex]
h = \dfrac{(ad)_{01} + (ad)_{31}\,\mathrm{G} + 2(ad)_{03}\,\mathrm{H} + (ad)_{02}\,\mathrm{G}' + (ad)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')}{(ab)_{01} + (ab)_{31}\,\mathrm{G} + 2(ab)_{03}\,\mathrm{H} + (ab)_{02}\,\mathrm{G}' + (ab)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}'}},\\[2ex]
g' = \dfrac{(ac)_{01} + (ac)_{31}\,\mathrm{G} + 2(ac)_{03}\,\mathrm{H} + (ac)_{02}\,\mathrm{G}' + (ac)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')}{(ab)_{01} + (ab)_{31}\,\mathrm{G} + 2(ab)_{03}\,\mathrm{H} + (ab)_{02}\,\mathrm{G}' + (ab)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')},\\[2ex]
h^2 - gg' = \dfrac{(cd)_{01} + (cd)_{31}\,\mathrm{G} + 2(cd)_{03}\,\mathrm{H} + (cd)_{02}\,\mathrm{G}' + (cd)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')}{(ab)_{01} + (ab)_{31}\,\mathrm{G} + 2(ab)_{03}\,\mathrm{H} + (ab)_{02}\,\mathrm{G}' + (ab)_{23}\,(\mathrm{H}^2 - \mathrm{GG}')}.
\end{cases}$$

On aura enfin, pour les nombres entiers $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{n}$, $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$, *les expressions*

$$(15)\quad \begin{cases} \mathfrak{m} = \mu a_0 + \nu a_1 + p a_2 + q a_3 + a_0 a_1 + a_2 a_3, \\ \mathfrak{n} = \mu b_0 + \nu b_1 + p b_2 + q b_3 + b_0 b_1 + b_2 b_3, \\ \mathfrak{p} = \mu c_0 + \nu c_1 + p c_2 + q c_3 + c_0 c_1 + c_2 c_3, \\ \mathfrak{q} = \mu d_0 + \nu d_1 + p d_2 + q d_3 + d_0 d_1 + d_2 d_3. \end{cases}$$

» Nous ajouterons comme corollaire à ce théorème, qu'en résolvant les équations (14), par rapport à G, H, G', $H^2 - GG'$, on obtient

$$(16)\quad \begin{cases} G = \dfrac{(cd)_{02} + (ac)_{02}\, g + 2\,(bc)_{02}\, h + (db)_{02}\, g' + (ab)_{02}\,(h^2 - gg')}{(cd)_{23} + (ac)_{23}\, g + 2\,(bc)_{23}\, h + (db)_{23}\, g' + (ab)_{23}\,(h^2 - gg')}, \\ H = \dfrac{(cd)_{12} + (ac)_{12}\, g + 2\,(bc)_{12}\, h + (db)_{12}\, g' + (ab)_{12}\,(h^2 - gg')}{(cd)_{23} + (ac)_{23}\, g + 2\,(bc)_{23}\, h + (db)_{23}\, g' + (ab)_{23}\,(h^2 - gg')}, \\ G' = \dfrac{(cd)_{31} + (ac)_{31}\, g + 2\,(bc)_{31}\, h + (db)_{31}\, g' + (ab)_{31}\,(h^2 - gg')}{(cd)_{23} + (ac)_{23}\, g + 2\,(ac)_{23}\, h + (db)_{23}\, g' + (ab)_{23}\,(h^2 - gg')}, \\ H^2 - GG' = \dfrac{(cd)_{01} + (ac)_{01}\, g + 2\,(bc)_{01}\, h + (db)_{01}\, g' + (ab)_{01}\,(h^2 - gg')}{(cd)_{23} + (ae)_{23}\, g + 2\,(bc)_{23}\, h + (db)_{23}\, g' + (ab)_{23}\,(h^2 - gg')}. \end{cases}$$

» Les résultats que je viens d'énoncer mettent immédiatement en évidence la méthode que j'ai suivie dans la question de la transformation. Cette méthode, bien naturelle et bien simple, consiste à introduire le système de seize fonctions θ, analogues à Θ, mais dans lesquelles G, H, G' auront été remplacés par g, h, g', puis à employer les relations (13), pour exprimer $\Pi\,(x, y)$ par des combinaisons entières et homogènes de ces seize fonctions. En effet, on voit de suite que le facteur exponentiel $e^{i\pi\,[z_0 z_2 + z_1 z_3 + \Phi(z_2, z_3)]}$ étant indépendant des quantités p, q, μ, ν, disparaîtra dans le quotient de deux fonctions différentes $\Pi\,(x, y)$, qui correspondent à deux systèmes distincts de valeurs de ces quantités. Or ces quotients représenteront les quinze fonctions $\mathfrak{f}$ aux arguments $z_0 + G z_3 + H z_2$, $z_1 + H z_3 + G' z_2$, exprimées rationnellement par les quinze quotients provenant de la division de deux fonctions $\theta\,(x, y)$. Mais avant d'exposer cette méthode, nous avons à approfondir la question suivante, qui mérite un examen attentif.

» VIII. — La fonction $\Theta\,(x, y)$, étant seulement définie par la série

$$\sum (-1)^{mq + np}\, e^{i\pi\,[(2m + \mu)\,x + (2n + \nu)\,y] + \frac{1}{4} i\pi\Phi\,(2m + \mu,\, 2n + \nu)},$$

n'a d'existence qu'autant que cette série est convergente. Or, en posant

$$G = \mathcal{G}_0 + i\mathcal{G},\quad H = \mathfrak{H}_0 + i\mathfrak{H},\quad G' = \mathcal{G}'_0 + i\mathcal{G}',\quad H^2 - GG' = \mathfrak{D}_0 + i\mathfrak{D},$$

on trouve que la condition nécessaire et suffisante de convergence consiste en ce que la forme quadratique $(\mathcal{G}, \mathfrak{H}, \mathcal{G}')$ soit définie et positive. Il est donc indispensable, lorsqu'on introduit le système des fonctions $\theta(x, y)$, de s'assurer si la condition analogue, relative aux éléments g, h, g', se trouve remplie. Ainsi, en posant, pour mettre encore en évidence les parties réelles et les coefficients de i,

$$g = \mathfrak{g}_0 + i\mathfrak{g},\quad h = \mathfrak{h}_0 + i\mathfrak{h}\quad g' = \mathfrak{g}'_0 + i\mathfrak{g}',\quad h^2 - gg' = \mathfrak{d}_0 + i\mathfrak{d},$$

nous avons à reconnaître si la forme $(\mathfrak{g}, \mathfrak{h}, \mathfrak{g}')$ est elle-même définie et positive.

» A cet effet, j'introduis la forme suivante à quatre indéterminées :

$$\begin{aligned} f(x_0, x_1, x_2, x_3) = {} & \mathcal{G}'x_0^2 + \mathcal{G}x_1^2 + (\mathcal{G}'\mathfrak{D}_0 - \mathcal{G}'_0\mathfrak{D})\,x_2^2 + (\mathcal{G}\mathfrak{D}_0 - \mathcal{G}_0\mathfrak{D})\,x_3^2 \\ & - 2\mathfrak{H}x_0x_1 - 2(\mathcal{G}'_0\mathfrak{H} - \mathcal{G}'\mathfrak{H}_0)x_0x_2 - 2(\mathcal{G}_0\mathfrak{H} - \mathcal{G}\mathfrak{H}_0)x_1x_3 \\ & - 2(\mathfrak{D}\mathfrak{H}_0 - \mathfrak{D}_0\mathfrak{H})x_2x_3 - 2(\mathfrak{H}\mathfrak{H}_0 - \mathcal{G}\mathcal{G}'_0)x_1x_2 - 2(\mathfrak{H}\mathfrak{H}_0 - \mathcal{G}_0\mathcal{G}')x_0x_3, \end{aligned}$$

et je représente par $\mathfrak{M}$ le module du dénominateur commun des valeurs de g, h, g', dans les équations (14) du § VII, de sorte que

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}^2 = {} & [(ab)_{01} + (ab)_{31}\mathcal{G}_0 + 2(ab)_{03}\mathfrak{H}_0 + (ab)_{02}\mathcal{G}'_0 + (ab)_{23}\mathfrak{D}_0]^2, \\ & + [(ab)_{31}\mathcal{G} + 2(ab)_{03}\mathfrak{H} + (ab)_{02}\mathcal{G}' + (ab)_{23}\mathfrak{D}]^2. \end{aligned}$$

Cela fait, on aura les théorèmes exprimés par les relations suivantes :

$$\mathfrak{g}x^2 + 2\mathfrak{h}xy + \mathfrak{g}'y^2 = \frac{k}{\mathfrak{M}^2} f(b_0x - a_0y, b_1x - a_1y, b_2x - a_2y, b_3x - a_3y),$$

$$\mathfrak{h}^2 - \mathfrak{g}\mathfrak{g}' = \frac{k^2}{\mathfrak{M}^2}(\mathfrak{H}^2 - \mathcal{G}\mathcal{G}').$$

Comme la seconde montre que les déterminants $\mathfrak{h}^2 - \mathfrak{g}\mathfrak{g}'$, $\mathfrak{H}^2 - \mathcal{G}\mathcal{G}'$ sont de même signe, il suffira de prouver que l'un des coefficients $\mathfrak{g}$, ou $\mathfrak{g}'$ est positif, pour être assuré que $(\mathfrak{g}, \mathfrak{h}, \mathfrak{g}')$ est une forme définie et positive comme $(\mathcal{G}, \mathfrak{H}, \mathcal{G}')$. Par là on se trouve amené à la considération de cette expression remarquable $f(x_0, x_1, x_2, x_3)$ qui présente le type général des formes à quatre indéterminées dont j'ai donné précédemment la notion (§ V). Ainsi, en désignant la forme adjointe par $f(\mathfrak{X}_0, \mathfrak{X}_1, \mathfrak{X}_2, \mathfrak{X}_3)$, on a cette

propriété caractéristique que f se change en $\mathfrak{f}$ par la substitution

$$x_0=(\mathfrak{H}^2-\mathfrak{G}\mathfrak{G}')\mathfrak{X}_3,\ x_1=(\mathfrak{H}^2-\mathfrak{G}\mathfrak{G}')\mathfrak{X}_2,\ x_2=-(\mathfrak{H}^2-\mathfrak{G}\mathfrak{G}')\mathfrak{X}_1,\ x_3=-(\mathfrak{H}^2-\mathfrak{G}\mathfrak{G}')\mathfrak{X}_0.$$

De là résulte une analogie très-grande avec les formes binaires ; au point de vue algébrique, par exemple, on reconnaît qu'elles sont réductibles par des substitutions réelles à l'une de ces trois espèces :

$$\text{(I)}\ X_0^2+X_1^2+X_2^2+X_3^2,\ \text{(II)}-X_0^2-X_1^2-X_2^2-X_3^2,\ \text{(III)}\ X_0^2+X_1^2-X_2^2-X_3^2,$$

mais seulement à l'une d'elles, de sorte qu'on doit exclure celles-ci :

$$\pm(X_0^2+X_1^2+X_2^2-X_3^2).$$

Mais je n'insiste pas davantage, en ce moment, sur cette analogie, et je vais, en appliquant les formules connues, montrer que f appartient à l'espèce (I). Il faut pour cela calculer les invariants des formes $f(x_0, x_1, 0, 0)$, $f(x_0, x_1, x_2, 0)$, et enfin l'invariant de f elle-même. Ces invariants sont respectivement

$$\mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2,\quad \mathfrak{G}'(\mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2)^2,\quad \text{et}\quad (\mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2)^4.$$

En y joignant l'unité et le coefficient de x_0^2, on forme ainsi la suite caractéristique

$$1,\quad \mathfrak{G}',\quad \mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2,\quad \mathfrak{G}'(\mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2)^2,\quad (\mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2)^4.$$

Or cette suite ne présente que des *permanences*, puisqu'on admet par hypothèse que $\mathfrak{G}$, $\mathfrak{G}'$, $\mathfrak{G}\mathfrak{G}'-\mathfrak{H}^2$ sont des quantités positives. De là résulte que la forme f est réductible par une substitution réelle à une somme de quatre carrés ; ainsi les quantités $\mathfrak{g}=\frac{k}{\mathfrak{M}^2}f(b_0, b_1, b_2, b_3)$, $\mathfrak{g}'=\frac{k}{\mathfrak{M}^2}f(a_0, a_1, a_2, a_3)$ sont bien essentiellement positives. »

M. A. Chevallier, dont les « Recherches relatives à l'hygiène » ont obtenu un encouragement au dernier concours pour les prix de Médecine et de Chirurgie, adresse à l'Académie ses remercîments.

M. Verstraete Iserbyt, auteur de plusieurs communications relatives à *la manière dont nous acquérons, par la vue, la connaissance des corps*, annonce avoir observé récemment des faits qui prouvent d'une manière inattaquable la vérité de son système. Il annonce être prêt à communiquer à la Commission chargée de l'examen de son Mémoire, dans le cas où elle en exprimerait le désir, et ces nouvelles preuves et la théorie des divers

instruments d'optique expliquées dans son système. M. Verstraete regretterait que le Rapport sur ces communications fût fait avant que la Commission ait reçu de lui tous les éclaircissements nécessaires.

A 5 heures, l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie et de Géologie présente, par l'organe de son doyen **M. Cordier**, la liste suivante de candidats pour la place de Correspondant, vacante par suite du décès de M. *Andres del Rio*.

En première ligne,

M.	Haussmann,	à Göttingue.

En seconde ligne, *ex æquo*,

MM.	Haidinger,	à Vienne,
	Dumont,	à Liége.

En troisième ligne, *ex æquo*, et par ordre alphabétique,

MM.	Boué,	à Vienne,
	Charpentier,	à Bex,
	de Dechen,	à Bonn,
	Domeyko,	à Valparaiso,
	Greenough,	à Londres,
	Hitchcock,	États-Unis,
	Jackson,	États-Unis,
	Keilau,	à Christiania,
	Lyell,	à Londres,
	Naumann,	à Göttingue,
	Sedgwick,	à Cambridge,
	Sismonda,	à Turin,
	Studer,	à Berne.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures. F.

ERRATA.

(Séance du 5 février 1855.)

Pages 281 à 285 *passim*, au lieu de Proth, *lisez* Roth.

Page 283, lignes 8 et 9, *au lieu de* Machacrodus, *lisez* Machærodus.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 5 février 1855, les ouvrages dont voici les titres :

Revue thérapeutique du Midi, Journal des Sciences médicales pratiques; publiée par M. le Dr LOUIS SAUREL ; tome VIII ; n° 2; 30 janvier 1855; in-8°.

Memorie... *Mémoires de l'Académie royale des Sciences de Turin ;* 2e série ; tome IV. Turin, 1854; in-4°.

Sopra... *Sur une formule fondamentale de la théorie des intégrales infinies eulériennes; par* M. B. TORTOLINI; 1 feuille in-8°; *accompagné de trois autres Notes.*

Proceedings... *Procès-verbaux de la Société royale de Londres ;* vol. VII; nos 7 ; in-8°.

Catalogue... *Catalogue des étoiles voisines de l'écliptique et dont les positions semblent n'avoir pas encore été données; d'après les observations faites à Markree, durant les années* 1852 *à* 1853; vol. III. Dublin, 1854; in-8°. (Hommage de M. E. COOPER.)

Cape verde... *Sur l'ouragan du cap Vert et du cap Hatteras, août et septembre* 1853; *par* M. W.-C. REDFIELD; broch. in-8°.

Nachrichten... *Nouvelles de l'Université et de l'Académie royale des Sciences de Göttingue;* n° 1; 8 janvier 1855; in-8°.

Astronomische... *Nouvelles astronomiques ;* n° 935.

Gazette des Hôpitaux civils et militaires; nos 12 à 14; 30 janvier, 1er et 3 février 1855.

Gazette hebdomadaire de Médecine et de Chirurgie ; n° 5; 2 février 1855.

Gazette médicale de Paris; n° 5; 3 février 1855.

L'Abeille médicale; n° 4; 5 février 1855.

La Lumière. Revue de la Photographie; 5e année; n° 5; 3 février 1855.

L'Ami des Sciences ; n° 5; 4 février 1855.

La Presse médicale de Paris; n° 5; 3 février 1855.

L'Athenæum français. Revue universelle de la Littérature, de la Science et des Beaux-Arts; 4e année; n° 5; 3 février 1855.

Le Moniteur des Comices; n° 9; 3 février 1855.

Le Moniteur des Hôpitaux, rédigé par M. H. DE CASTELNAU; nos 13 à 15; 30 janvier, 1er et 3 février 1855.

Réforme agricole, scientifique, industrielle; n° 75; novembre 1854.

L'Académie a reçu, dans la séance du 12 février 1855, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences; 1er semestre, 1855; n° 6; in-4°.

Sur les marées observées en 1838, 1839 *et* 1840, *pendant le voyage de la Commission scientifique du Nord; par* M. A. BRAVAIS. Paris, 1854; in-8°.

Voyages en Scandinavie, en Laponie, au Spitzberg et aux Feröe, pendant les années 1838, 1839 *et* 1840, *sur la corvette* la Recherche, *publiés par ordre du Gouvernement sous la direction de* M. PAUL GAIMARD. *Géologie et Archéologie (Celtes); par* M. EUGÈNE ROBERT. Paris, 1855; 1 vol. in-8°.

Cours complet de Dessin linéaire gradué et progressif; par M. LOUIS DELAISTRE; 2e partie. Paris, 1855; in-4° oblong.

Quatrième Mémoire sur la théorie des nombres; par M. F. LANDRY. *Théorème de Fermat.* 1re partie; livre II. Paris, 1855; broch. in-4°.

Table des nombres premiers de 1 *à* 10000; *par* le même. Paris, 1855; ½ feuille in-12.

Procédés conservateurs de la vigne et de la pomme de terre; par M. le capitaine SÉMON. Marseille, 1855; broch. in-8°.

Note sur les combustibles minéraux de la Savoie; par M. GABRIEL DE MORTILLET. Annecy, 1854; 1 ½ feuille in-8°.

Note sur quelques espèces inédites d'oiseaux; par M. le vicomte DU BUS DE GISIGNIES; ½ feuille in-8°. (Extrait du tome XXII, n° 2, des *Bulletins de l'Académie royale de Belgique.*)

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique; tome XXII; nos 11 et 12. Bruxelles, 1854; in-8°.

Annales des Sciences naturelles, comprenant la Zoologie, la Botanique, l'Anatomie et la Physiologie comparée des deux règnes, et l'Histoire des corps organisés fossiles; 4e série, *rédigée pour la Zoologie par* M. MILNE-EDWARDS, *pour la Botanique par* MM. AD. BRONGNIART et J. DECAISNE. Tome II; n° 4; in-8°.

Cosmos. Revue encyclopédique hebdomadaire des progrès des Sciences et de leurs applications aux arts et à l'industrie, fondée par M. B.-R. DE MONFORT, *rédigée par* M. l'abbé MOIGNO; 4e année; VIe volume; 6e livraison; in-8°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie, de Toxicologie, et Revue des nouvelles scientifiques nationales et étrangères; publié sous la direction de M. A. CHEVALLIER; février 1855; in-8°.